

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

**DESENVOLVIMENTO DE UM DIODO TÉRMICO PARA  
APLICAÇÕES ESPACIAIS**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE SANTA CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE  
MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**FERNANDO HENRIQUE MILANEZ**

**FLORIANÓPOLIS, ABRIL DE 1999**

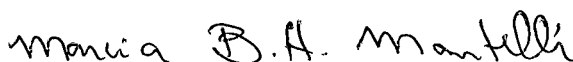
# **DESENVOLVIMENTO DE UM DIODO TÉRMICO PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS**

**FERNANDO HENRIQUE MILANEZ**

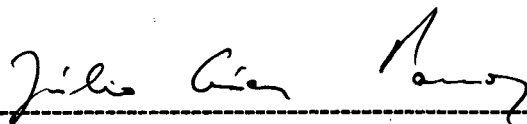
**ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE**

**MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA E APROVADA EM SUA  
FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA MECÂNICA**



**MARCIA B. H. MANTELLI – ORIENTADORA**



**JÚLIO CÉSAR PASSOS – COORDENADOR DO CURSO**

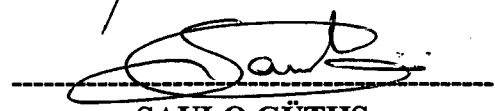
**BANCA EXAMINATÓRIA**



**SÉRGIO COLLE – PRESIDENTE**



**ANTÔNIO FÁBIO C. DA SILVA**



**SAULO GÜTHS**

*A Deus,  
aos meus pais, Lúcio e Valdete  
e aos meus irmãos, César e Beatriz.*

## AGRADECIMENTOS

À minha orientadora, Professora Marcia Mantelli, eu gostaria expressar meus sinceros agradecimentos, por aceitar o desafio de me ensinar os primeiros passos e me guiar ao longo desta caminhada.

Gostaria de demonstrar a minha gratidão também aos meus colegas Heitor Camargo, Paulo Couto e Rafaela Reinaldo, pela ajuda e pelo companheirismo.

Muito obrigado a todos os demais colaboradores do LABOLAR/NCTS, em especial aos alunos de iniciação científica Júlio e Jones e aos técnicos José Edson, Milton e Edvaldo. Meu muito obrigado também ao LABMAT, LMP, GRUCON, LABMETRO e LABSOLDA pela ajuda indispensável com o protótipo.

Obrigado à CAPES- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior e à Agência Espacial Brasileira-AEB pelo suporte financeiro. Obrigado também ao Professor Sérgio Colle, pela confiança depositada em mim.

E, finalmente, minha eterna gratidão aos meus pais, por serem os primeiros a permitirem a realização deste trabalho.



## ÍNDICE

SIMBOLOGIA. . . . .	ix
RESUMO. . . . .	xii
ABSTRACT. . . . .	xiii
1. INTRODUÇÃO. . . . .	1
1.1. Considerações Gerais. . . . .	1
1.2. O Papel do Controle Térmico de Satélites. . . . .	2
1.3. Objetivos do Trabalho. . . . .	2
1.4. Conteúdo da Dissertação. . . . .	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.	
2.1. Introdução. . . . .	4
2.2. Diodos de Folga Preenchida por Gás. . . . .	4
2.3. Tubos de Calor do Tipo Diodo. . . . .	7
2.4. Diodos Bimetálicos. . . . .	9
3. O DIODO TÉRMICO PROPOSTO	
3.1. Introdução. . . . .	12
3.2. Função do Diodo. . . . .	12
3.3. Princípio de Funcionamento do Diodo. . . . .	13
3.4. Comparação com os Demais Diodos Térmicos. . . . .	15

4. ANÁLISE TEÓRICA.	17
4.1. Introdução.	17
4.2. Análise Térmica.	18
4.2.1. Definição do Problema.	18
4.2.2. Modelos Analíticos Bidimensionais.	21
4.2.2.1. Modelo Analítico Bidimensional com Condições de Contorno de Fluxos de Calor Prescritos..	22
4.2.2.2. Modelo Analítico Bidimensional com Condições de Contorno de Temperaturas Prescritas..	28
4.2.3. Modelo Analítico Unidimensional.	33
4.2.4. Modelo Numérico Bidimensional.	35
4.3. Condutância Térmica de Contato.	39
4.4. Análise Termoelástica.	43
4.5. Sumário.	47
5. ESTUDO EXPERIMENTAL.	48
5.1. Introdução.	48
5.2. Aparato Experimental.	48
5.2.1. Placa Fria.	51
5.2.2. Aquecedor Elétrico.	51
5.2.3. Escudo de Radiação.	52
5.2.4. Câmara de Vácuo.	53
5.2.5. Termopares.	54
5.2.5.1. Aterramento Térmico dos Termopares.	55
5.2.5.2. Calibração dos Termopares.	57

5.2.5.3. Fuga e Entrada de Calor pelos Termopares..	58
5.2.6. Pressão Inicial de Montagem. . . . .	59
5.3. Metodologia de Ensaio. . . . .	63
5.3.1. Resistência Térmica Global do Modelo de Engenharia. . . . .	63
5.4. Sumário. . . . .	67
6. ANÁLISE DOS RESULTADOS. . . . .	68
6.1. Introdução. . . . .	68
6.2. Comparação Entre os Modelos Teóricos. . . . .	68
6.3. Resultados Experimentais. . . . .	76
6.4. Propriedades Físicas e Parâmetros Superficiais do Protótipo. . . . .	79
6.5. Comparação e Análise Entre Resultados Teóricos e Experimentais. . . . .	83
6.6. Conclusão. . . . .	87
7. SUMÁRIO E CONCLUSÕES. . . . .	88
7.1. Sumário e Conclusões. . . . .	88
7.2. Contribuições do Presente Trabalho. . . . .	90
7.3. Recomendações para Trabalhos Futuros. . . . .	91
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. . . . .	93
APÊNDICE I. CAMPO DE TEMPERATURA NA CABEÇA DO DIODO:	
CONDIÇÕES DE CONTORNO DE FLUXOS PRESCRITOS. . . . .	99

APÊNDICE II. CAMPO DE TEMPERATURA NA CABEÇA DO DIODO: CONDIÇÕES DE CONTORNO DE TEMPERATURAS PRESCRITAS..	104
APÊNDICE III. FUNÇÕES INTERPOLAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO.	110
APÊNDICE IV. ANÁLISE DA INCERTEZA EXPERIMENTAL.	115

## SIMBOLOGIA

$A$	área da seção transversal $[m^2]$ , constante de integração
$a$	raio da haste $[m]$
$B$	constante de integração
$b$	raio externo do diodo $[m]$
$C$	constante de integração, carga de compressão $[N]$
$c$	espessura do disco $[m]$ , constante de integração, coeficiente de correlação
$d$	espessura da porca e da cabeça do parafuso, diâmetro $[m]$
$E$	módulo de elasticidade $[Pa]$
$F$	fator de forma
$h_c$	condutância de contato $[W/m^2K]$
$H_v$	Dureza $[Pa]$
$I$	intensidade de corrente elétrica $[A]$
$i$	número inteiro qualquer
$J_i$	função de Bessel, de primeira espécie e de ordem $i$
$k$	condutividade térmica $[W/mK]$
$L$	comprimento $[m]$
$P$	pressão de contato $[Pa]$
$n$	número inteiro
$Q$	fluxo total de calor $[W]$
$q$	fluxo de calor $[W/m^2]$
$R$	resistência térmica, função de variável $r$
$R_q$	rugosidade RMS $[m]$
$r$	raio, eixo coordenado $[m]$

$s$	inclinação média do perfil da superfície [ <i>adimensional</i> ], desvio padrão da amostra
$T$	temperatura [ $K$ ]
$T_0$	temperatura prescrita [ $K$ ]
$T_{ref}$	temperatura de referência [ $K$ ]
$t$	coeficiente $t$ de Student
$u$	deslocamento [ $m$ ]
$V$	tensão elétrica [ $V$ ]
$x$	eixo coordenado [ $m$ ]
$Z$	função da variável $z$
$z$	eixo coordenado [ $m$ ]
$w$	coeficiente de sobre-relaxação, incerteza experimental

#### Letras Gregas:

$\alpha$	coeficiente de expansão térmica [ $K^{-1}$ ]
$\Delta$	diferença, intervalo de confiança
$\varepsilon$	emissividade, deformação específica [ <i>adimensional</i> ]
$\gamma$	critério de deformação das asperezas
$\Psi$	constante
$\Theta$	temperatura [ $K$ ]
$\Gamma$	temperatura [ $K$ ]
$\Phi$	temperatura [ $K$ ]
$\nu$	coeficiente de Poisson [ <i>adimensional</i> ]
$\sigma$	tensão [Pa], constante de Stefan-Boltzmann [ $W/m^2K^4$ ]
$\lambda$	autovalores [ $m^{-1}$ ]

*Subscritos:*

$1, 2, \dots$	superfície ou elemento qualquer
$aq-pf$	aquecedor-placa fria
$d$	disco
$E$	volume situado a leste do volume em consideração
$F$	fio
$g$	global
$h$	haste
$i, j$	números inteiros quaisquer
$M$	média
$m$	material, média, Mylar®
$N$	volume situado ao norte do volume em consideração
$n$	número inteiro
$p$	parafuso, porca, polinômio interpolador
$P$	volume em consideração
$s$	superfície
$S$	volume situado ao sul do volume em consideração
$W$	volume situado a oeste do volume em consideração

*Sobrescritos:*

$0$	iteração anterior
$1$	iteração atual

## RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma nova concepção de um diodo térmico bimetálico, de atuação passiva e mostrar teórica e experimentalmente a sua viabilidade técnica. O diodo foi desenvolvido para acoplar sensores de radiação criogênicos à estrutura de um satélite e minimizar o fluxo de calor entre os dois. À medida que o sensor criogênico é resfriado à sua temperatura de operação, a resistência térmica global do diodo aumenta, diminuindo a carga térmica do sensor. O funcionamento do diodo se baseia na contração térmica diferencial do alumínio e do aço inoxidável, que provoca uma variação na pressão de contato entre os componentes do diodo e um acréscimo na resistência de contato entre os componentes. São propostos quatro modelos teóricos para calcular a resistência térmica global do diodo: dois modelos analíticos bidimensionais, um modelo analítico unidimensional e um modelo numérico bidimensional. Os modelos mostram boa concordância entre si. Um procedimento experimental é descrito, através do qual foram obtidas medidas da resistência térmica global de um protótipo do diodo em estudo, em ambiente de vácuo e a temperaturas criogênicas.



## ABSTRACT

The objective of this work is to present a new passively actuated bimetallic heat switch and to show its technical viability. The working principle is based on the differential thermal contraction of aluminum and stainless steel. The device was designed to reduce the heat fluxes which come from the satellite structure, in direction to the cryogenic sensors, which operates at the IR temperature levels. When the heat switch is subjected to low temperatures, the thermal contact resistances between the surfaces of the two materials increase, due to the variation of the contact pressure. Four theoretical models are proposed, to compute the overall thermal resistance of the heat switch: two analytical two-dimensional models, one analytical one-dimensional model and one numerical two-dimensional model. The models agree very well among themselves. An experimental set-up, developed to measure the overall thermal resistance of an engineering model, is described. The experimental data obtained is presented and compared with the theoretical prediction.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1. Considerações Gerais.

As telecomunicações e a possibilidade de se melhor conhecer e explorar os recursos naturais deram um novo e grande impulso à indústria aeroespacial. Há alguns anos atrás, a tecnologia aeroespacial era exclusividade de poucos países. Hoje em dia, está cada vez mais difundida pelos diversos continentes do mundo e países como o Brasil já têm seu próprio programa espacial.

O segmento de atuação do Brasil na área espacial consiste basicamente de satélites de pequeno a médio porte, grande parte deles percorrendo órbitas equatoriais e de baixa altitude. Atualmente, cerca de quatorze satélites estão em desenvolvimento, sob a coordenação da Agência Espacial Brasileira (AEB), órgão governamental que coordena as atividades do programa espacial brasileiro. Sete universidades federais trabalham sob coordenação da AEB, sendo a Universidade Federal de Santa Catarina uma delas. Cada instituição é voltada para uma atividade específica e a UFSC, através do Núcleo de Controle Térmico de Satélites (NCTS/LABSOLAR) da Engenharia Mecânica, atua no desenvolvimento de sistemas para o controle térmico de satélites.

O programa espacial brasileiro já pode ser considerado o mais efetivo da América do Sul e presentemente são muitos os desafios a serem enfrentados. Este trabalho tem a intenção de incrementar as contribuições na área particular de controle térmico de satélites.

## **1.2. O Papel do Controle Térmico de Satélites.**

Devido à ausência da atmosfera para atenuar a radiação solar e devido à baixa temperatura do espaço aberto, um satélite está sujeito a gradientes térmicos consideráveis. As faces que recebem radiação solar direta ou refletida pela terra podem atingir altas temperaturas, enquanto outras faces, voltadas ao espaço, podem se resfriar em demasia. Conforme o tipo de órbita e de atitude, o satélite pode ainda girar, alternando as cargas térmicas em cada face. Um satélite consiste basicamente de uma estrutura metálica, na qual estão fixos diversos equipamentos, na grande maioria eletrônicos, necessários à sua missão. Esses equipamentos geralmente geram calor internamente e têm faixas de temperatura de operação restritas. Diante desses fatores, a função do engenheiro projetista térmico é garantir que cada um dos equipamentos que compõem o satélite, funcionem dentro do seu intervalo ideal de temperatura, dissipando o calor gerado por estes e atenuando os gradientes térmicos.

## **1.3. Objetivos do Trabalho.**

Alguns dos equipamentos mais comuns em satélites, presentes em grande parte das missões, são as câmaras detectoras de radiação, como a infra-vermelho, a de raios X, a de raios Gama, etc. Para ter uma maior sensibilidade, esses sensores devem operar a temperaturas criogênicas (da ordem de  $100\text{ K}$ ). Por outro lado, a temperatura média do satélite oscila em torno de  $300\text{ K}$ . Essa diferença de temperatura gera um fluxo de calor entre a estrutura do satélite e o sensor, prejudicando a performance do sensor.

Os principais objetivos deste trabalho são as seguintes: apresentar um dispositivo que minimize esses fluxos de calor, desacoplando termicamente o sensor da estrutura do satélite e

mostrar a viabilidade técnica deste, através de estudos teóricos e experimentais. Este dispositivo, denominado de diodo térmico está sendo desenvolvido atualmente no NCTS. Não se pretende apresentar um protótipo pronto para uso espacial, o que seria impossível, no pequeno intervalo de tempo dedicado ao desenvolvimento do dispositivo. Na realidade, o presente trabalho representa um primeiro e bem sucedido passo na direção do controle efetivo, a níveis de temperaturas criogênicas, de sensores de radiação.

Vários pesquisadores de diversos continentes vêm apresentando diferentes concepções de diodos térmicos, geralmente para aplicação em controle térmico de satélites. O funcionamento de cada um se baseia num princípio físico diferente, sendo que cada um foi desenvolvido para uma função específica. Em comum, todos os diferentes tipos de diodo térmico têm a característica de apresentar resistência térmica variável.

#### **1.4. Conteúdo da Dissertação.**

No Capítulo 2 são apresentados sucintamente os diferentes tipos de diodos térmicos encontrados na bibliografia. São analisadas as suas características e assinaladas as aplicações de cada tipo. A nova configuração que está sendo proposta é apresentada no Capítulo 3, bem como as diferenças com relação às demais configurações existentes. No Capítulo 4 é feita uma análise teórica do desempenho térmico do diodo. No Capítulo 5 são descritos o aparato e o procedimento experimental para medição da resistência térmica de um primeiro modelo de engenharia. No Capítulo 6 os resultados teóricos e experimentais são analisados e no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **2.1. Introdução.**

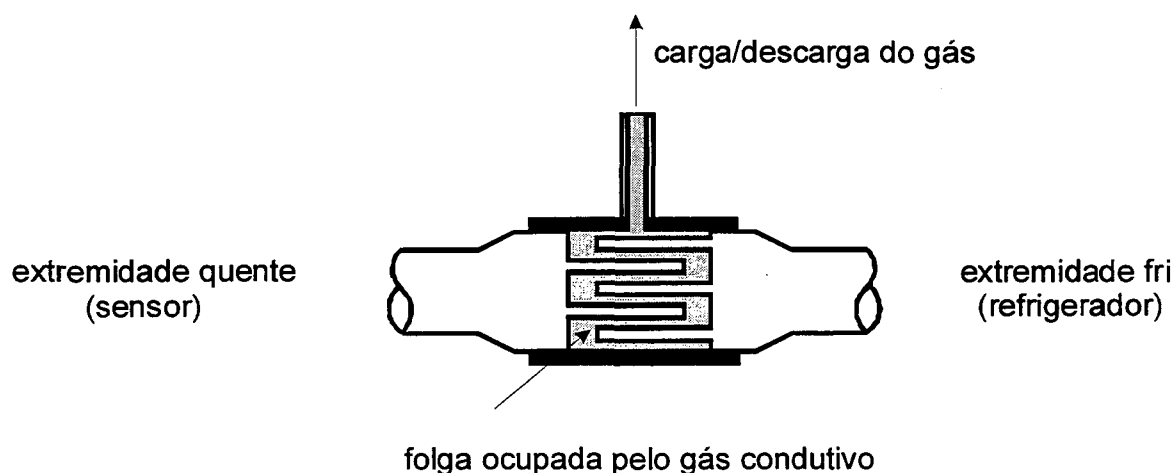
As primeiras tentativas de se utilizar um dispositivo com resistência térmica variável em missões espaciais datam do final da década de 60. Nast et al. (1982) apresenta uma revisão dos primeiros diodos térmicos empregados. Segundo estes autores, alguns deles obtiveram sucesso limitado, como a primeira configuração, que utilizava o contato metal-metal acionado por uma solenóide e que foi utilizada nas missões Viking e Surveyor VII, em 1969. Uma outra configuração consistia de um monocristal de gálio, que quando submetido a um campo magnético tinha a sua condutividade térmica alterada.

Ao longo das três últimas décadas, alguns pesquisadores vêm apresentando novas concepções de diodos térmicos mais efetivas que as anteriores. Neste capítulo são reunidos os três principais tipos que vêm sendo identificados na literatura especializada recentemente. Estes são classificados de acordo com o princípio de funcionamento. Suas principais características são apresentadas resumidamente abaixo.

#### **2.2. Diodos de Folga Preenchida por Gás.**

Consiste basicamente de duas peças cilíndricas, separadas por uma pequena folga. A Fig. 2.1 mostra um esquema deste diodo térmico. Preenchendo-se a folga com um gás condutor de

calor, geralmente hélio, a resistência térmica entre as extremidades quente e fria do diodo é baixa. Por outro lado, quando é desejável uma alta resistência térmica entre as extremidades, a folga é evacuada.



**FIGURA 2.1** – Diodo térmico de folga preenchida por gás.

Este tipo de diodo foi desenvolvido para acoplar termicamente sensores de radiação e refrigeradores criogênicos. Os refrigeradores criogênicos são os responsáveis pela manutenção da temperatura dos sensores dentro dos níveis desejados. Existem vários tipos de refrigeradores criogênicos utilizados no controle térmico de satélites. As configurações vão desde uma simples placa radiadora voltada para o espaço, até um sistema mecânico que opera segundo um ciclo de refrigeração. A faixa de utilização de cada tipo depende do nível de temperatura a ser alcançado e da potência a ser dissipada. Para um estudo mais detalhado dos vários tipos de refrigeradores criogênicos e suas características, pode-se consultar as inúmeras publicações que tratam do assunto, como Couto e Mantelli (1998) e Gilmore (1994).

A extremidade quente do diodo é conectada ao sensor e a extremidade fria ao refrigerador. Quando o sensor não estiver operando, pode ser desejável efetuar o desacoplamento térmico dos dois equipamentos. As vantagens desse desacoplamento são as seguintes:

- Prolongar a vida útil do refrigerador.
- Remover, através do aquecimento do sensor, contaminantes aprisionados durante a operação.
- Bloquear fluxos de calor parasitas de um refrigerador desligado, quando do uso de mais de um refrigerador em paralelo.

A carga e descarga do gás pode ser feita de diferentes maneiras. Nast et al. (1982) utiliza uma garrafa pressurizada para fazer o enchimento da folga. O evacuamento é feito simplesmente comunicando-se a folga com o ambiente. Este sistema apresenta o inconveniente de necessitar válvulas na linha de suprimento do gás. Frank e Nast (1985) utilizam um reservatório à pressão controlada através da temperatura. Ambos os sistemas têm controle ativo, isto é, podem ser ativados ou desativados a qualquer instante. Porém necessitam de uma fonte de energia, que nem sempre é facilmente disponível. Quanto à manufatura, a principal dificuldade reportada é manter o alinhamento entre as extremidades, de forma a garantir um espaçamento da ordem de  $75\mu m$ . O desalinhamento pode causar o contato entre as extremidades, gerando um curto circuito e comprometendo totalmente o funcionamento do diodo. Em ambos os trabalhos, são apresentados modelos teóricos para previsão das resistências máximas e mínimas dos respectivos diodos. Os modelos são comparados com resultados experimentais. A Tab. 2.1 apresenta os valores teóricos e experimentais obtidos pelos pesquisadores mencionados acima.

**TABELA 2.1** - Resultados Teóricos e Experimentais Obtidos por Nast et al. (1982) e Frank e Nast (1985).

	<i>Nast et al. (1982)</i>		<i>Frank e Nast (1985)</i>	
	<i>Resistência Máxima (KW)</i>	<i>Resistência Mínima (KW)</i>	<i>Resistência Máxima (KW)</i>	<i>Resistência Mínima (KW)</i>
<i>Resultado Teórico</i>	2110	0,75	1575	3,1
<i>Resultado Experimental</i>	1880	0,85	1880	3,05

### 2.3. Tubos de Calor do Tipo Diodo.

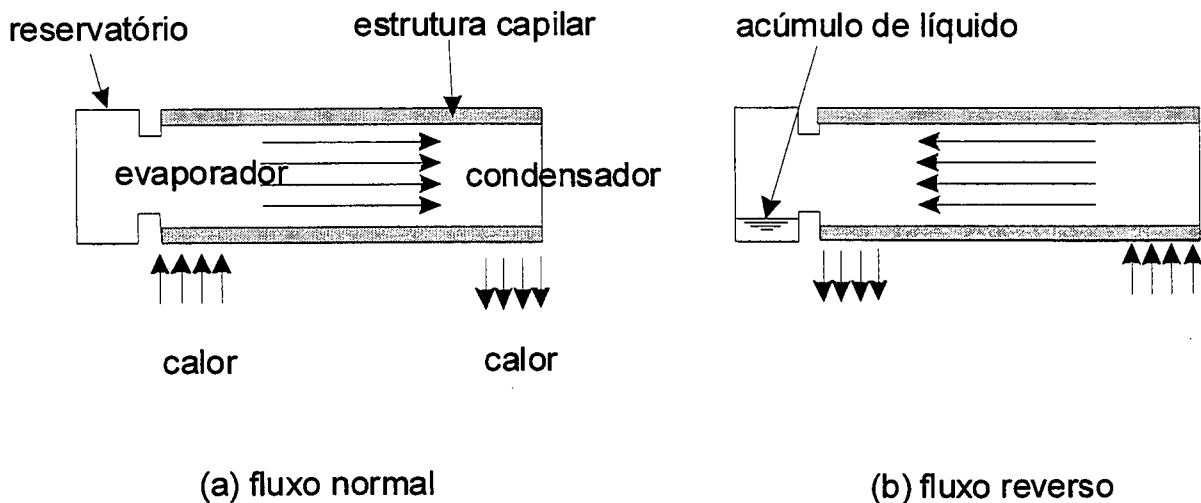
Tubos de calor são dispositivos que transportam calor através da mudança de fase de um fluido de trabalho. Consiste de um tubo de metal com as extremidades fechadas e uma estrutura capilar nas paredes internas. A estrutura capilar pode ser um enrolamento de telas metálicas, ranhuras na própria parede interna feitas no processo de extrusão do tubo, ou qualquer outro tipo de estrutura que tenha a propriedade de efetuar o bombeamento do fluido por efeito capilar. Peterson (1994) apresenta as diversas possibilidades de construção da estrutura capilar, bem como os demais aspectos dos tubos de calor, porém uma breve apresentação do seu princípio de funcionamento será feita aqui.

O fluido de trabalho está todo na estrutura capilar. O calor aplicado a uma das extremidades, chamada evaporador, atravessa as paredes do tubo por condução e é absorvido por parte do fluido, que muda de fase. Devido à diferença de pressão, o vapor atravessa todo o comprimento do tubo e na outra extremidade, chamada condensador, perde calor para as paredes do tubo, retorna à fase líquida e é absorvido pela estrutura capilar. Esta succiona o líquido de volta ao evaporador por efeito capilar e o processo continua indefinidamente, enquanto houver calor sendo aplicado no evaporador. Como não há variação de temperatura durante a mudança de fase, um tubo de calor pode transportar grandes quantidades de calor com uma mínima diferença



de temperatura entre as suas extremidades, o que caracteriza uma baixa resistência térmica global. Na verdade, a resistência térmica de um tubo de calor está associada quase que exclusivamente à condução de calor nas paredes do tubo, no evaporador e no condensador.

Um tubo de calor do tipo diodo, tem como característica especial transportar calor somente num sentido, ao contrário dos tubos de calor normais, cuja direção do fluxo de calor é indiferente. Para tanto, possui na extremidade do evaporador, um reservatório sem estrutura capilar. A Fig. 2.2 mostra um esquema de um típico tubo de calor do tipo diodo. No fluxo normal, Fig. 2.2(a), a presença do reservatório é indiferente e o funcionamento é idêntico ao de um tubo de calor normal. No fluxo reverso, Fig. 2.2(b), as posições do evaporador e do condensador invertem, fazendo com que o vapor condense dentro do reservatório. Como a estrutura capilar não consegue bombear o líquido de volta ao evaporador, o processo se interrompe. No fluxo reverso, o transporte de calor se dá somente por condução pelas paredes do tubo, que é bem menos efetiva. Portanto, um tubo de calor do tipo diodo é um dispositivo que apresenta resistências térmicas distintas nos dois sentidos do fluxo de calor. No fluxo normal ela pode chegar a menos de  $0,1 \text{ K/W}$ , enquanto que no reverso é da ordem de  $30 \text{ K/W}$ , dependendo das características do tubo.



**FIGURA 2.2** – Tubo de calor do tipo diodo.

A vantagem do uso de tal sistema para transporte de calor, é que ele apresenta uma resistência térmica menor que qualquer outro dispositivo. A desvantagem é a baixa resistência térmica também no fluxo reverso.

## **2.4. Diodos Bimetálicos.**

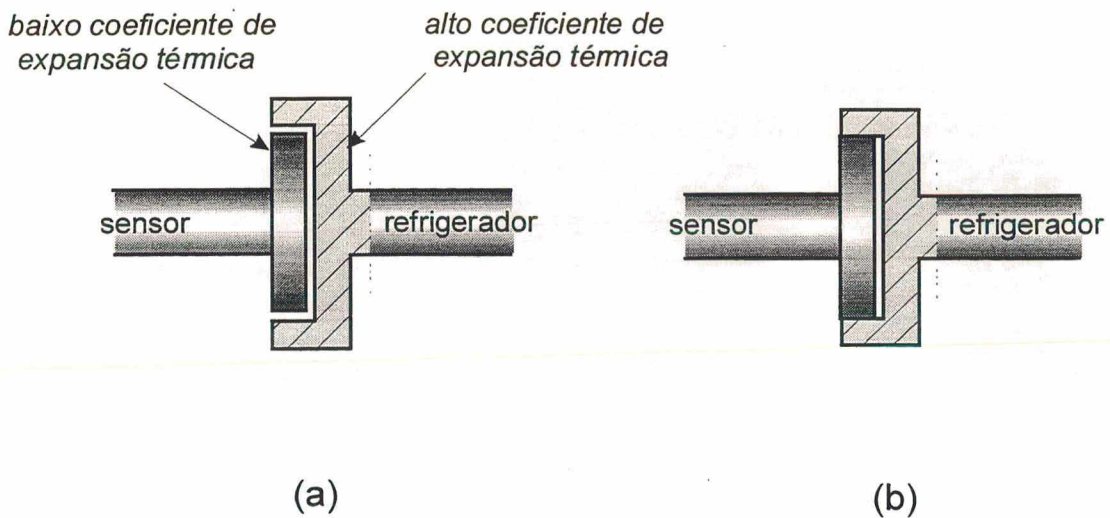
O funcionamento dos diodos bimetálicos é baseado na dilatação térmica diferencial de metais distintos. Quando o diodo é submetido a uma variação de temperatura, há uma variação na resistência térmica de contato entre dois de seus componentes, em consequência da mudança da pressão de contato. Apesar de se basearem no mesmo princípio físico, as configurações dos diodos bimetálicos apresentadas na literatura são bastante diversas. Como se verá no próximo capítulo, o diodo que é apresentado neste trabalho também é do tipo bimetálico.

O diodo proposto por Naes e Nast (1985) está esquematicamente representado na Fig. 2.3. Consiste de um disco de molibdênio, que possui baixo coeficiente de expansão térmica, e um anel de alumínio, que apresenta um coeficiente de expansão térmica maior. À temperatura ambiente, o diâmetro interno do anel é maior que o diâmetro externo do disco (Fig. 2.3.a). A diminuição do nível da temperatura do anel faz com que este se contraia, acoplando os dois elementos (Fig. 2.3.b).

Assim como os diodos de folga preenchida com gás, este diodo foi desenvolvido para efetuar o acoplamento térmico entre sensores de radiação e refrigeradores criogênicos. Como, na atual fase de desenvolvimento dos refrigeradores criogênicos, ainda não se tem conseguido uma vida útil satisfatória, comumente são utilizadas mais de uma unidade, ligadas em paralelo. Porém, em certas situações, não é necessário o funcionamento de todos os refrigeradores e o simples desligamento do refrigerador provoca o desacoplamento do diodo pelo aquecimento da

extremidade ligada ao refrigerador. Desta maneira, correntes de calor parasitas, vindas do refrigerador desligado, são minimizadas.

A temperatura de atuação deste diodo é fixa. Ela é função da folga radial (da ordem de 25 a  $100\mu\text{m}$ ) entre o disco e o anel, que é determinada no projeto das peças. Da mesma maneira que os diodos de folga preenchida com gás, o alinhamento entre as extremidades deste diodo requer grande cuidado para evitar o contato e, conseqüentemente, o comprometimento do sistema.



**FIGURA 2.3** – Diodo bimetálico de Naes e Nast (1985).

Uma outra configuração, proposta por Van Oost et al. (1991), foi desenvolvida para o mesmo tipo de aplicação. Sua forma construtiva, porém, é bem mais complexa, tendo o efeito da dilatação diferencial sido amplificado e assim, diminuído o tempo de comutação do diodo. Este tipo de construção permite ainda um ajuste na temperatura de desacoplamento, através de regulagens no mecanismo. Por outro lado, suas dimensões físicas e massa são maiores que o diodo proposto por Naes e Nast (1985). O metal de baixo coeficiente de expansão térmica deste diodo é o Invar®, ao invés de molibdênio.

Os diodos do tipo bimetálico se caracterizam pela atuação passiva. São dependentes exclusivamente do nível de temperatura, ou seja, de o refrigerador estar ou não ligado. Este aspecto dá a eles a vantagem de não consumirem energia extra para o seu funcionamento. A Tab. 2.2 mostra os resultados experimentais obtidos para as resistências máximas e mínimas dos dois diodos bimetálicos descritos. Os autores não apresentaram nenhuma análise teórica. Segundo Naes e Nast (1985), ela não pode ser feita devido à indisponibilidade, na literatura, de estudos sobre a resistência de contato para o tipo de geometria do seu diodo.

**TABELA 2.2** – Resultados Experimentais Obtidos por Naes e Nast (1985) e Van Oost et al. (1991).

	<i>Naes e Nast(1985)</i>	<i>Van Oost et al.(1991)</i>
<i>Res. Máxima (KW)</i>	<i>Ordem de 1500</i>	<i>&gt;2000</i>
<i>Res. Mínima (KW)</i>	<i>10</i>	<i>3,64</i>

## CAPÍTULO 3

### O DIODO TÉRMICO PROPOSTO

#### 3.1. Introdução.

Como foi visto no capítulo anterior, cada diferente tipo de diodo térmico foi desenvolvido para uma aplicação específica em controle térmico de satélites. Da mesma forma, o diodo que vem sendo desenvolvido no NCTS da UFSC, foi concebido para desempenhar um papel pré-definido. A partir da aplicação à qual se destina, é apresentado neste capítulo o novo diodo e seu princípio de funcionamento, assim como as suas principais características. Por fim, é feita uma análise comparativa com relação aos demais tipos de diodos apresentados no capítulo anterior.

#### 3.2. Função do Diodo.

Para que os sensores de radiação criogênicos operem dentro da faixa de temperatura requerida, eles são fixos na estrutura do satélite em posições que minimizem o recebimento de cargas térmicas externas, principalmente a radiação solar. Além disso, são acoplados a sistemas de refrigeração criogênicos, como radiadores voltados ao espaço aberto. Portanto, o nível de temperatura do sensor está entre a temperatura do refrigerador e a temperatura da estrutura do satélite, dependendo dos seus acoplamentos térmicos. Quanto melhor for o acoplamento térmico do sensor com o refrigerador, mais baixa será a temperatura de operação do sensor. Por outro



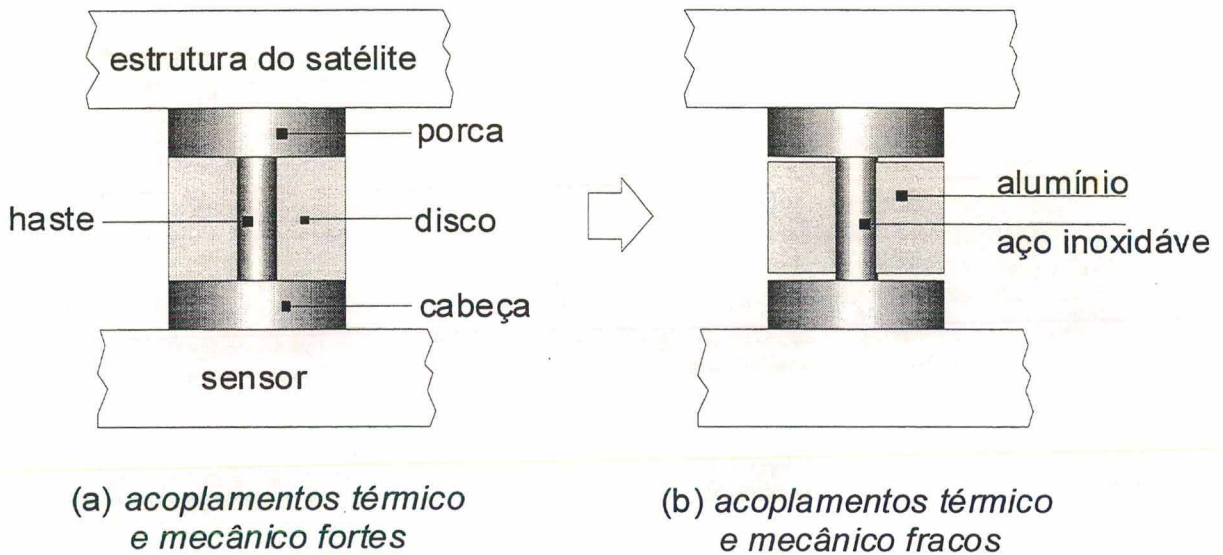
lado, quanto melhor for o acoplamento térmico do sensor com a estrutura, mais alta será a sua temperatura. Materiais de alta condutividade térmica normalmente são utilizados na fabricação das peças que acoplam o sensor ao refrigerador. O novo diodo térmico é proposto com os objetivos de tornar o acoplamento térmico entre o sensor e a estrutura do satélite o mais fraco possível de forma a isolar o sensor de cargas térmicas provindas da estrutura do satélite e promover uma união rígida do sensor à estrutura do satélite durante o período de lançamento do satélite.

### **3.3. Princípio de Funcionamento do Diodo.**

No ambiente de vácuo no espaço não há transferência de calor por convecção. Além disso, a troca de calor por radiação não é efetiva a temperaturas criogênicas. A condução é o único modo de transmissão de calor entre a estrutura do satélite e o sensor. Ela se dá através do sistema de fixação do sensor à estrutura.

Neste trabalho se propõe que a fixação do sensor à estrutura do satélite seja feita por meio de um diodo térmico especialmente desenvolvido para tal fim. Além de proporcionar uma alta resistência térmica durante a operação do sensor, o diodo térmico proposto também apresenta rigidez mecânica suficiente para suportar as acelerações decorrentes do lançamento e das mudanças de órbitas intermediárias do satélite. A Fig. 3.1 mostra o esquema de atuação deste diodo. Consiste basicamente de um parafuso, uma porca e um disco com um furo central. O parafuso e a porca são feitos de aço inoxidável e o disco de alumínio, que são metais com coeficientes de expansão térmica diferentes. A cabeça do parafuso é fixa no sensor e a porca na estrutura do satélite, não necessariamente nesta ordem. Na montagem do satélite em terra, à temperatura ambiente, é dado um torque de aperto ao parafuso para conferir ao sistema a rigidez

necessária até o satélite atingir a órbita definitiva (Fig. 3.1.a). Em sua órbita final, o satélite não estará mais sujeito a acelerações e o sensor é resfriado até seu nível de temperatura operacional. A contração diferencial da haste e do disco devido ao resfriamento dos dois faz com que haja o desacoplamento do diodo (Fig. 3.1.b).



**FIGURA 3.1** – Esquema do mecanismo de atuação do diodo térmico.

Na temperatura de montagem, a resistência térmica global do diodo é baixa devido à alta condutividade térmica do alumínio e ao bom contato entre o parafuso e o disco. À medida que ocorre o resfriamento do sensor, as pressões de contato entre o disco e o parafuso diminuem, fazendo com que a resistência de contato entre o disco e o parafuso aumente. Consequentemente a resistência térmica global do diodo aumenta. Esse processo continua até que ocorra o desacoplamento total dos elementos, quando a resistência térmica do diodo atinge seu valor máximo. Nesta situação todo o calor tem que passar pela haste do parafuso cujo material tem

menor condutividade térmica que o alumínio, de que é feito o disco e que possui seção transversal bem menor que a seção transversal total do diodo.

Como foi exposto no capítulo anterior, nos diodos de folga com gás e no diodo bimetálico de Naes e Nast (1985), um pequeno desalinhamento entre as extremidades do diodo, pode provocar o “curto circuito” no dispositivo. No caso do diodo apresentado neste trabalho isto não ocorre, porque na condição de desacoplamento, mesmo que o disco toque a porca ou a cabeça do diodo ele nunca consegue tocar os dois ao mesmo tempo.

De acordo com a classificação apresentada no capítulo anterior, este é um diodo do tipo bimetálico. Como os demais diodos bimetálicos, a atuação é do tipo passiva, uma vez que é induzida exclusivamente pela mudança de temperatura do dispositivo. A idéia de se usar um dispositivo que se valesse deste princípio, surgiu quando Mantelli (1995) estudava a resistência térmica global de juntas aparafusadas, formadas por chapas de alumínio e parafusos de aço inoxidável. A autora reporta que a resistência térmica global aumenta com a diminuição do nível de temperatura da junta, devido à contração diferencial do alumínio e do aço inoxidável. No mesmo trabalho, a autora sugere um dispositivo que se utilize deste fenômeno para isolar termicamente sistemas criogênicos da estrutura do satélite.

Esta nova concepção de diodo térmico, bem como os estudos teóricos e experimentais que serão descritos nos próximos capítulos, são também apresentados por Milanez e Mantelli (1998, 1999).

### **3.4. Comparação com os Demais Diodos Térmicos.**

Os diodos apresentados no capítulo anterior foram concebidos com a única função de efetuar o acoplamento térmico entre o sensor e o refrigerador criogênico. Portanto estes diodos



não tem preocupação com a rigidez estrutural do sistema. Pelo contrário, a conexão destes diodos com o refrigerador, que pode ser um sistema mecânico, é feita por uma malha flexível de fios de cobre para amortecer as vibrações de operação do refrigerador. O diodo aqui apresentado, além determinar o grau de acoplamento térmico entre o sensor e a estrutura, tem uma segunda função, não menos importante, que é efetuar o acoplamento mecânico dos dois. Portanto, os diodos apresentados nas Seções 2.2 e 2.4 não substituem o diodo proposto neste trabalho, na maioria das aplicações.

Em aplicações onde se deseja que a resistência global do sistema diminua com a diminuição da temperatura (o que ocorre com os outros diodos bimetálicos apresentados), o princípio físico adotado para o presente diodo poderia ser utilizado, bastando trocar os materiais: o de maior coeficiente de expansão térmica seria utilizado no parafuso, e o de menor coeficiente de expansão térmica, no disco.

Feitas estas considerações, pode-se assinalar as principais diferenças com relação aos demais tipos de diodos apresentados no capítulo anterior:

- Não há risco de ocorrer um contato indesejado, como acontece nos diodos com folga radial, devido a um desalinhamento entre as extremidades.
- A temperatura em que se deseja que ocorra o desacoplamento é ajustada através do torque de montagem, não utilizando um mecanismo especial para tal fim.
- Diferentemente dos demais, este diodo térmico atua diretamente na redução da carga térmica do sensor.
- Pela maior simplicidade da forma construtiva, a fabricação deste diodo é mais fácil e econômica.

## CAPÍTULO 4

### ANÁLISE TEÓRICA

#### 4.1. Introdução.

No capítulo anterior, foi apresentado um novo diodo térmico para aplicações espaciais. Como foi visto, a resistência térmica global aumenta com a diminuição da sua temperatura média. O objetivo agora é estimar como estas grandezas se relacionam. Com este propósito, são desenvolvidos alguns modelos teóricos ao longo deste capítulo. No próximo capítulo será descrito o procedimento experimental utilizado para medição da resistência térmica global de um protótipo do diodo. No Capítulo 6 os resultados dos modelos teóricos e dos testes experimentais são comparados.

A tarefa de se estimar teoricamente o comportamento da resistência térmica global em função da temperatura média do diodo envolve a aplicação de conceitos da transferência de calor e da mecânica dos sólidos. Logo, são necessárias duas análises independentes: uma análise térmica e uma análise termoelástica. A análise térmica trata do problema da condução de calor e tem por objetivo desenvolver um modelo que relacione a resistência térmica global do diodo e a resistência de contato do disco com o parafuso e a porca. O comportamento da condutância térmica de contato (inverso da resistência de contato) em função da pressão de contato, é um assunto bastante explorado na literatura. Como se verá adiante, diversos modelos estão disponíveis e serão simplesmente apresentados aqui. A conexão entre pressão de contato e a

temperatura média do diodo é estabelecida por um modelo desenvolvido a partir de uma análise termoelástica, onde são resolvidas as equações de equilíbrio estático.

## 4.2. Análise Térmica.

Na análise térmica do diodo leva-se em conta somente o problema da difusão de calor. O primeiro passo para a solução do problema é definir as condições de contorno e as hipóteses simplificativas gerais. Nesta seção são propostos quatro modelos teóricos, onde, para cada modelo, diferentes hipóteses são adotadas. A influência destas hipóteses nos resultados são analisadas no Capítulo 7, quando os modelos são comparados entre si e com os resultados experimentais.

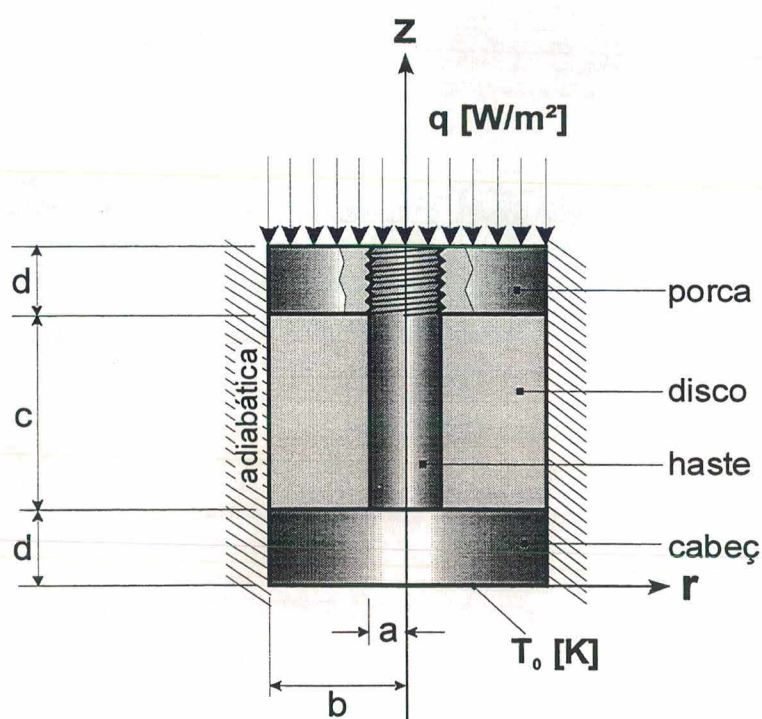
### 4.2.1. Definição do Problema.

Deseja-se calcular a resistência térmica global do diodo, em regime permanente, em função da resistência de contato entre o disco e o parafuso. A resistência térmica global do diodo é definida como a razão entre a diferença de temperatura entre as extremidades do diodo  $\Delta T [K]$  e o fluxo total de calor  $Q [W]$  que atravessa o dispositivo, ou seja:

$$R_g = \frac{\Delta T}{Q} \quad (4.1)$$



O cálculo de  $\Delta T$  requer o conhecimento da distribuição de temperatura do diodo. A geometria, o sistema de coordenadas e as condições de contorno do problema estão apresentadas na Fig. 4.1. Tanto a cabeça do parafuso quanto o disco são cilíndricos, de raio externo  $b$  [m]. A haste do parafuso e o furo do disco têm raio  $a$  [m]. O disco tem uma espessura  $c$  [m] e a porca e a cabeça do parafuso têm espessura  $d$  [m]. Sobre a porca incide uma densidade de fluxo de calor  $q$  [W/m<sup>2</sup>] proveniente da estrutura do satélite. Esta é a carga térmica do sensor. Admite-se que esse valor seja constante ao longo de toda seção transversal. A outra extremidade do diodo está sujeita a uma temperatura  $T_0$  [K], que corresponde à temperatura do sensor. As paredes laterais do diodo são adiabáticas, uma vez que as trocas de calor por radiação e convecção com o ambiente são consideradas desprezíveis.



**FIGURA 4.1** – Definição do problema.

Nas interfaces da porca com o disco e do disco com a cabeça do parafuso, existe uma condutância de contato  $h_c$  [W/m<sup>2</sup>K]. Admite-se que este valor seja constante em toda seção,

embora a condutância de contato seja dependente da pressão de contato, que apresenta uma distribuição radial, como será apresentado na análise termoelástica. Também é suposto que as condutâncias de contato são iguais nas duas interfaces.

Não existem na literatura técnica trabalhos que tratem do contato térmico entre superfícies com geometrias semelhantes às da rosca entre porca e parafuso. Neste trabalho, porca e parafuso são considerados um corpo único. Como a presença da rosca introduz uma resistência adicional ao fluxo de calor, esta hipótese implica em que o cálculo da resistência térmica global seja subestimado e o erro esteja do lado favorável.

Embora o diâmetro da haste seja igual ao do furo do disco, não é considerada a troca de calor entre os dois, ou seja, o contato é tido como ineficiente. Na prática, isto pode ser conseguido com uma folga radial de uns poucos décimos de milímetro.

Matematicamente, as condições de contorno do problema (de acordo com a Fig. 4.1) podem ser colocadas da seguinte forma:

$$k_p \frac{\partial T}{\partial z} = q \quad \text{em } z = 2d+c \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = b \text{ e em } r = 0 \quad (4.3)$$

$$T = T_0 \quad \text{em } z = 0 \quad (4.4)$$

onde  $k_p$  [W/mK] é a condutividade térmica do material do parafuso.

Em regime permanente, a distribuição de temperatura obedece a equação de Laplace, que, devido à simetria radial do problema, é expressa em coordenadas cilíndricas da seguinte forma:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4.5)$$

A determinação do campo de temperaturas do diodo requer a solução da Eq. (4.5) em vários domínios acoplados. As condições de contorno das fronteiras externas do diodo são dadas pelas Eqs. (4.2) a (4.4). A geometria e os contatos entre superfícies geram não-homogeneidades nas condições de contorno nas interfaces entre os domínios, que são difíceis de serem tratadas. No entanto, uma solução analítica pode ser possibilitada mediante algumas hipóteses simplificativas.

Nas próximas seções são propostos quatro modelos para o cálculo da distribuição de temperatura no diodo. Para cada modelo, uma hipótese diferente é adotada. Para os dois primeiros modelos (Seção 4.2.2) considera-se que o fluxo de calor é unidimensional ( $z$ ) na haste e no disco e bidimensional ( $r, z$ ) na porca e na cabeça do diodo. No terceiro modelo (Seção 4.2.3), o fluxo de calor é considerado unidimensional ( $z$ ) em todos os componentes. Para o quarto modelo (Seção 4.2.3), adota-se um procedimento numérico para calcular o campo bidimensional de temperatura no diodo.

#### **4.2.2. Modelos Analíticos Bidimensionais.**

Nos modelos analíticos bidimensionais, é considerado que os fluxos de calor no disco e na haste se dão exclusivamente na direção  $z$  (ver Fig. 4.2.a). Esta hipótese permite que se calcule o campo bidimensional de temperaturas na porca e na cabeça do diodo pelo método de separação de variáveis, como se verá adiante. As condições de contorno sobre a cabeça do diodo podem ser colocadas de duas maneiras diferentes: com fluxos de calor prescritos, ou com temperaturas prescritas.

#### 4.2.2.1. Modelo Analítico Bidimensional com Condições de Contorno de Fluxos de Calor Prescritos.

No modelo analítico bidimensional com fluxos de calor prescritos, é considerado que pela haste passa um fluxo de calor  $q_1 [W/m^2]$  constante ao longo de toda a sua seção transversal e pelo disco passa um fluxo de calor  $q_2 [W/m^2]$  também constante ao longo de toda a seção transversal. A cabeça do diodo tem na sua fronteira superior (ver Fig. 4.2.b), os fluxos  $q_1$  e  $q_2$  prescritos e a sua distribuição de temperatura é obtida pelo método de separação de variáveis. Em Arpaci (1966), o método de separação de variáveis é descrito em detalhes. As condições de contorno do modelo apresentado na Fig. 4.2(b), podem ser escritas como:

$$k_p \frac{\partial T}{\partial z} = \begin{cases} q_1 & 0 \leq r \leq a \\ q_2 & a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z = d \quad (4.6)$$

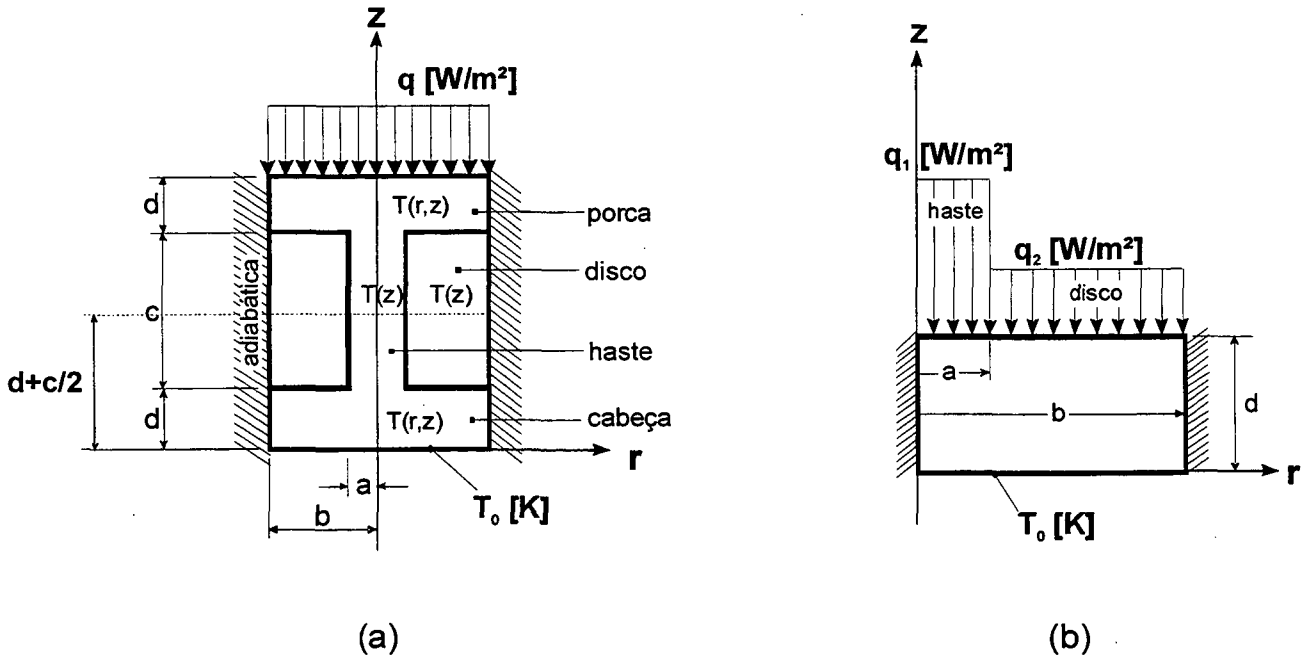
$$T = T_0 \quad \text{em } z = 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0 \text{ e em } r = b \quad (4.8)$$

Resolvendo a Eq. (4.5), sujeita à condições de contorno dadas pelas Eqs. (4.6) a (4.8), obtém-se o campo de temperaturas na cabeça do parafuso. A forma final da expressão, em função dos fluxos de calor  $q_1$  e  $q_2$  ainda desconhecidos, é dado em termos de Funções de Bessel de primeira espécie e de ordem 0 e 1 :

$$T(r, z) = T_0 + \frac{z}{k_p} \left[ \frac{a^2}{b^2} q_1 + \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right) q_2 \right] + \frac{2a}{k_p b^2} (q_1 - q_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n a)}{\lambda_n^2 J_0^2(\lambda_n b) \cosh(\lambda_n d)} J_0(\lambda_n r) \sinh(\lambda_n z) \quad (4.9)$$

com  $\lambda_n$  as raízes de  $J_1(\lambda_n b) = 0$ . No Apêndice I é apresentado todo o desenvolvimento algébrico até a obtenção da expressão acima.



**FIGURA 4.2** - Modelos físicos bidimensionais do diodo (a)  
e da cabeça do diodo, com fluxos prescritos (b).

O próximo passo é calcular os fluxos de calor  $q_1$  e  $q_2$ . Desprezando-se a presença da rosca entre o parafuso e o disco, o diodo se torna geometricamente simétrico com relação à seção



transversal média  $z=d+c/2$  (ver Fig. 4.2.a). Considera-se que a resistência global também seja simétrica com relação a esta seção ou seja, que as linhas de fluxo de calor sejam simétricas com relação a  $z=d+c/2$ . Assim, a resistência total é o dobro da resistência da metade do comprimento do diodo. Essa hipótese implica que na metade do comprimento do diodo ( $z=d+c/2$ ) as temperaturas do disco e da haste sejam iguais, o que permite que os fluxos  $q_1$  e  $q_2$  sejam calculados.

A temperatura na metade da haste é a soma da temperatura da seção  $0 \leq r \leq a$ ,  $z=d$ , com o acréscimo de temperatura na metade do comprimento da haste. Como o campo de temperaturas é bidimensional na cabeça do parafuso e unidimensional na haste, é necessário definir o seu valor na seção que divide os dois domínios ( $0 \leq r \leq a$  e  $z=d$ ). Ela é definida como sendo uma média ao longo desta seção transversal, calculada a partir da expressão do campo de temperatura da cabeça do diodo, ou seja

$$\bar{T}(0 \leq r \leq a, z = d) = \frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, d) r \, dr \quad (4.10)$$

onde  $T(r, d)$  é obtida substituindo  $z=d$  na Eq. (4.9). Esta temperatura média deve ser igual à temperatura na extremidade da haste. O acréscimo de temperatura entre esta seção e a metade do comprimento da haste pode ser calculado pelo produto do fluxo total de calor que atravessa a haste pela sua resistência térmica material. A resistência térmica material  $R_m [K/W]$  imposta a um fluxo de calor unidimensional que atravessa um corpo de seção transversal  $A [m^2]$ , de comprimento  $L [m]$ , feito de um material de condutividade térmica  $k [W/mK]$ , pode ser calculada diretamente por:

$$R_m = \frac{L}{k A} \quad (4.11)$$

Para o caso em questão, a resistência de metade da haste é expressa pela equação,

$$R_{haste} = \frac{c}{2 k_p \pi a^2} \quad (4.12)$$

Multiplicando-se esta grandeza pelo fluxo total de calor, tem-se o acréscimo de temperatura em meio comprimento da haste como segue:

$$\Delta T_{haste} = \frac{c q_1}{2 k_p} \quad (4.13)$$

Somando-se as Eqs. (4.10) e (4.13) tem-se a temperatura na metade do comprimento da haste como segue:

$$T_{haste} \left( z = d + \frac{c}{2} \right) = \frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, d) r dr + \frac{c q_1}{2 k_p} \quad (4.14)$$

O procedimento para o cálculo da temperatura na metade do comprimento do disco é similar ao da haste, porém com uma parcela a mais, que é o acréscimo de temperatura devido à resistência de contato entre o disco e a cabeça do parafuso. A temperatura média em  $a \leq r \leq b$  e  $z=d$  é dada por:

$$\bar{T}(a \leq r \leq b, z = d) = \frac{2}{(b^2 - a^2)} \int_a^b T(r, d) r \, dr \quad (4.15)$$

De maneira semelhante à Eq.(4.13), o acréscimo de temperatura em metade do comprimento do disco é expresso na forma,

$$\Delta T_{disco} = \frac{c \, q_2}{2 \, k_d} \quad (4.16)$$

onde  $k_d$  [W/mK] é a condutividade térmica do material do disco. A resistência de contato  $R_c$  [K/W] é definida em termos da condutância de contato  $h_c$  [W/mK] e da área de contato  $A$  [m<sup>2</sup>] pela equação,

$$R_c = \frac{1}{h_c \, A} \quad (4.17)$$

Na Seção 4.3 é apresentada uma discussão mais detalhada da transferência de calor através do contato entre dois corpos. Multiplicando-se a resistência de contato pelo fluxo total de calor que atravessa a interface, tem-se o acréscimo total de temperatura no contato entre o disco e a cabeça do parafuso conforme segue,

$$\Delta T_{contato} = \frac{q_2}{h_c} \quad (4.18)$$

Somando-se as Eqs. (4.15), (4.16) e (4.18), tem-se que a temperatura na metade do comprimento do disco é expressa pela equação,

$$T_{disco}\left(z = d + \frac{c}{2}\right) = \frac{2}{(b^2 - a^2)} \int_a^b T(r, d) r dr + q_2 \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) \quad (4.19)$$

Igualando-se as Eqs. (4.14) e (4.19) obtém-se a expressão que relaciona os fluxos  $q_1$  e  $q_2$  como segue,

$$\frac{2}{a^2} \int_0^a T(r, d) r dr + \frac{q_1 c}{2 k_p} = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_a^b T(r, d) r dr + q_2 \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) \quad (4.20)$$

Fazendo um balanço de energia entre as seções  $z=2d+c$  e  $z=d+c/2$  (ver Fig. 4.2.a), resulta a outra equação que relaciona  $q_1$  e  $q_2$  como segue,

$$q b^2 = q_1 a^2 + q_2 (b^2 - a^2) \quad (4.21)$$

Isolando-se  $q_2$  na equação acima e substituindo-se na Eq.(4.20), juntamente com  $T(r, d)$  da Eq. (4.9), obtém-se a seguinte expressão para  $q_1$ :

$$q_1 = q \frac{\left\{ \frac{b^2}{(b^2 - a^2)} \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) + \psi \frac{4}{k_p} \left[ \frac{a^2}{(b^2 - a^2)^2} + \frac{1}{(b^2 - a^2)} \right] \right\}}{\left\{ \frac{c}{2k_p} + \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} + \psi \frac{4}{k_p b^2} \left[ \frac{a^2}{(b^2 - a^2)} + 1 \right]^2 \right\}} \quad (4.22)$$

onde:

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(\lambda_n a) \tanh(\lambda_n d)}{\lambda_n^3 J_0^2(\lambda_n b)} \quad (4.23)$$

Para calcular  $q_2$  basta voltar na Eq. (4.21). Com os fluxos de calor conhecidos, pode-se calcular a temperatura na metade do comprimento do diodo tanto pela Eq. (4.14) quanto pela Eq. (4.19). A diferença total de temperatura entre as extremidades do diodo é o dobro da temperatura na metade do diodo para  $T_0=0$ . A resistência térmica global do diodo pode então ser calculada pela Eq.(4.1), com o fluxo total de calor  $Q$  dado pelo produto  $q\pi b^2$ .

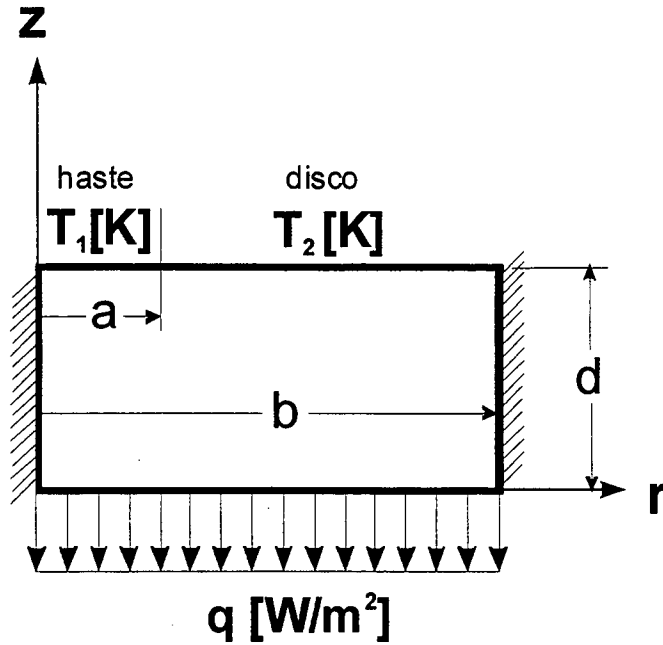
#### **4.2.2.2. Modelo Analítico Bidimensional com Condições de Contorno de Temperaturas Prescritas.**

No desenvolvimento mostrado acima, a hipótese de fluxo unidimensional no disco e na haste é aplicada no modelamento matemático definindo dois fluxos de calor  $q_1$  e  $q_2$  correspondentes à haste e ao disco, respectivamente (conforme a Fig. 4.2.b). O campo de temperatura na cabeça do parafuso é resolvido em função de  $q_1$  e  $q_2$  e numa segunda etapa estes fluxos são calculados.

Alternativamente, a hipótese de fluxo unidimensional no disco e na haste pode ser aplicada no modelamento matemático definindo duas temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ , correspondentes às temperaturas nas extremidades da haste e do disco, respectivamente, conforme mostrado na Fig. 4.3. Neste caso, novamente calcula-se o campo de temperatura na cabeça do parafuso em função de  $T_1$  e  $T_2$  desconhecidos e, numa segunda etapa, essas temperaturas são avaliadas. Com as condições de contorno colocadas desta maneira, tem-se:

$$T = \begin{cases} T_1, & \text{para } 0 \leq r \leq a \\ T_2, & \text{para } a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z = d \quad (4.24)$$

$$k_p \frac{\partial T}{\partial z} = q \quad \text{em } z = 0 \quad (4.25)$$



**FIGURA 4.3** – Modelo bidimensional da cabeça do diodo,  
com temperaturas prescritas.

Novamente a distribuição de temperatura é regida pela Eq.(4.5), com as condições de contorno conforme as Eqs. (4.8), (4.24) e (4.25). No Apêndice II, é apresentado o desenvolvimento algébrico completo utilizado para a obtenção da expressão final do campo de temperatura em função das temperaturas  $T_1$  e  $T_2$ , o qual é expresso pela equação que segue:

$$T(r, z) = T_2 + \frac{q}{k_p} (z - d) + (T_1 - T_2) \frac{a^2}{b^2} + \quad (4.26)$$

$$+ 2(T_1 - T_2) \frac{a}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n a)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \cosh(\lambda_n z) J_0(\lambda_n r)$$

A temperatura na metade da haste é expressa mais uma vez por duas parcelas, a saber: a temperatura  $T_1$  e o acréscimo de temperatura devido à resistência material de metade do comprimento da haste. Este acréscimo de temperatura, novamente é calculado pelo produto da resistência térmica material com o fluxo de calor  $q_1$  que atravessa a haste (Eq.4.13). Fazendo um balanço de energia na seção  $z=d$  e  $0 \leq r \leq b$  tem-se:

$$q_1 = \frac{2 k_p}{a^2} \int_0^a \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.27)$$

o que equivale a dizer que o fluxo de calor que passa pela haste é o fluxo médio que está entrando na cabeça do parafuso, no círculo central de raio  $a$ . Substituindo-se essa expressão na Eq. (4.13) tem-se o acréscimo de temperatura em metade do comprimento da haste:

$$\Delta T_{haste} = \frac{c}{a^2} \int_0^a \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.28)$$

Por conseguinte, a temperatura na metade do comprimento da haste resulta:

$$T_{haste} \left( z = d + \frac{c}{2} \right) = T_1 + \frac{c}{a^2} \int_0^a \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.29)$$

A temperatura na metade do comprimento do disco é composta de três parcelas: a temperatura  $T_2$ , o acréscimo de temperatura devido à resistência de contato entre o disco e a cabeça do parafuso e o acréscimo de temperatura devido à resistência material em metade do

comprimento do disco. As duas últimas parcelas são dadas pelas Eqs. (4.16) e (4.18) com  $q_2$  também calculado como uma média ao longo da seção, conforme segue:

$$q_2 = \frac{2 k_p}{b^2 - a^2} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.30)$$

O fluxo de calor  $q_2$  poderia ser calculado alternativamente através da Eq. (4.21), o que não implicaria diferença na metodologia que segue. O acréscimo de temperatura devido à resistência de contato e o acréscimo de temperatura devido à resistência material, na metade do comprimento do disco, são expressos respectivamente pelo que segue:

$$\Delta T_{contato} = \frac{2 k_p}{h_c (b^2 - a^2)} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.31)$$

$$\Delta T_{disco} = \frac{c k_p}{k_d (b^2 - a^2)} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.32)$$

Portanto a temperatura na metade do disco é a soma de  $T_2$  com os acréscimos de temperaturas dadas pelas Eqs. (4.31) e (4.32) conforme segue:

$$T_{disco} \left( z = d + \frac{c}{2} \right) = T_2 + \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) \frac{2 k_p}{(b^2 - a^2)} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r dr \quad (4.33)$$

Igualando-se as Eqs. (4.29) e (4.33) tem-se a primeira relação entre  $T_1$  e  $T_2$  como segue,



$$T_1 + \frac{c}{a^2} \int_0^a \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r \, dr = T_2 + \left( \frac{c}{2k_d} + \frac{1}{h_c} \right) \frac{2k_p}{(b^2 - a^2)} \int_a^b \frac{\partial T}{\partial z}(r, d) r \, dr \quad (4.34)$$

Como na fronteira da cabeça do diodo ( $z=0$ ) é prescrito um fluxo de calor uniforme (ver Fig. 4.3), a temperatura nesta seção não é necessariamente constante. Para o cálculo da resistência global é necessário se definir uma temperatura média nesta extremidade do diodo. Adotando-se o valor zero, por conveniência, para esta temperatura média, determina-se através da expressão da distribuição de temperatura, Eq.(4.26), outra relação entre  $T_1$  e  $T_2$  da forma,

$$\begin{aligned} \int_0^b T(r, 0) r \, dr = \\ = \int_0^b \left[ T_2 - \frac{q}{k_p} d + (T_1 - T_2) \frac{a^2}{b^2} + 2(T_1 - T_2) \frac{a}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n a) J_0(\lambda_n r)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \right] r \, dr = 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Com as Eqs.(4.34) e (4.35) determina-se  $T_1$  e  $T_2$ . Finalmente calcula-se a temperatura na metade do comprimento do diodo tanto pela Eq.(4.29) quanto pela Eq.(4.33). Como foi definido que a temperatura média em  $z=0$  é zero, a temperatura na metade do comprimento do diodo é a metade de  $\Delta T$ , na Eq. (4.1). Com essa mesma equação, calcula-se a resistência global do diodo.

Com as condições de contorno colocadas desta forma não é possível resolver o problema para quando a condutância de contato for zero. Isso porque em  $z=d$  as condições de contorno se tornam mistas, com temperatura prescrita em  $0 \leq r \leq a$  e fluxo prescrito (derivada zero) em  $a \leq r \leq b$ . Na situação de desacoplamento é necessário recorrer ao modelo com as condições de contorno de fluxo prescrito (Seção 4.2.2.1) fazendo o fluxo de calor pelo disco igual a zero ( $q_2=0$ ).

Um terceiro modelo analítico bidimensional seria possível com uma mudança na condição de contorno na fronteira  $z=0$  do modelo mostrado na Fig. 4.3. Ao invés de fluxo de calor prescrito, pode-se ter temperatura prescrita em  $z=0$ . A metodologia a ser empregada é a

mesma descrita acima, sendo que a Eq. (4.35) não é mais utilizada porque tem-se agora uma temperatura prescrita em  $z=0$ . Para o fechamento do problema é utilizada a Eq. (4.21).

#### 4.2.3. Modelo Analítico Unidimensional.

No modelo analítico unidimensional, considera-se que o fluxo de calor é unidimensional ( $z$ ) em todos os elementos do diodo. Isto permite o emprego da metodologia baseada na analogia entre circuitos térmicos e circuitos elétricos. O problema de condução de calor é representado por um circuito elétrico equivalente, onde a temperatura corresponde ao potencial e o fluxo de calor à corrente. A resistência térmica equivalente é definida como a razão entre a diferença de temperaturas e o fluxo de calor.

Cada componente do sistema, por onde o calor flui, possui uma resistência térmica equivalente, que pode ser do tipo material ou de contato. A resistência material de um corpo é definida pela sua forma geométrica e pela condutividade térmica do material de que é feito o corpo. As resistências de contato aparecem nas interfaces entre dois corpos, devido ao fato de que superfícies reais nunca são perfeitamente planas. Quando duas superfícies são colocadas em contato, elas só se tocam efetivamente nos picos mais altos das rugosidades e/ou ondulações, ou seja, a área real de contato é bem menor que a área aparente. Este estrangulamento ou constrição do fluxo de calor nos picos onde ocorre o contato origina a chamada resistência térmica de contato. As expressões para o cálculo das resistências de material e de contato são dadas respectivamente pelas Eqs. (4.11) e (4.17).

O circuito elétrico equivalente ao problema térmico do diodo é mostrado na Fig. 4.4. Associadas à porca, à haste, ao disco e à cabeça do parafuso, tem-se as resistências materiais  $R_{m,p}$ ,  $R_{m,h}$ ,  $R_{m,d}$  e  $R_{m,c}$ , respectivamente. Entre a porca e o disco e entre o disco e a cabeça do

parafuso, existem as resistências de contato  $R_{c,pd}$  e  $R_{c,dc}$ , respectivamente. De acordo com a Eq. (4.11) e a Fig. 4.2.(a), as resistências materiais são dadas por:

$$R_{m,p} = R_{m,c} = \frac{d}{k_p \pi b^2} \quad (4.36)$$

$$R_{m,d} = \frac{c}{k_d \pi (b^2 - a^2)} \quad (4.37)$$

$$R_{m,h} = \frac{c}{k_p \pi a^2} \quad (4.38)$$

As resistências de contato, segundo a Eq. (4.17), são calculadas por:

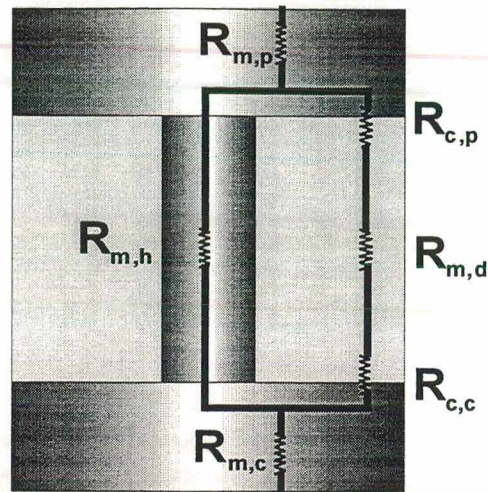
$$R_{c,pd} = R_{c,cd} = R_c = \frac{1}{h_c \pi (b^2 - a^2)} \quad (4.39)$$

A resistência térmica global do diodo, pode então ser escrita como a associação dos resistores do circuito térmico equivalente, ou seja:

$$R_g = R_{m,p} + \left( \frac{1}{R_{m,h}} + \frac{1}{R_{m,d} + 2R_c} \right)^{-1} + R_{m,c} \quad (4.40)$$

Substituindo as Eqs. (4.36) a (4.39) na Eq. (4.40) e rearranjando, tem-se:

$$R_g = \frac{1}{k_p \pi b^2} \left\{ 2d + c / \left[ \frac{a^2}{b^2} + \frac{h_c \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right)}{k_p \left( \frac{h_c}{k_d} + \frac{2}{c} \right)} \right] \right\} \quad (4.41)$$

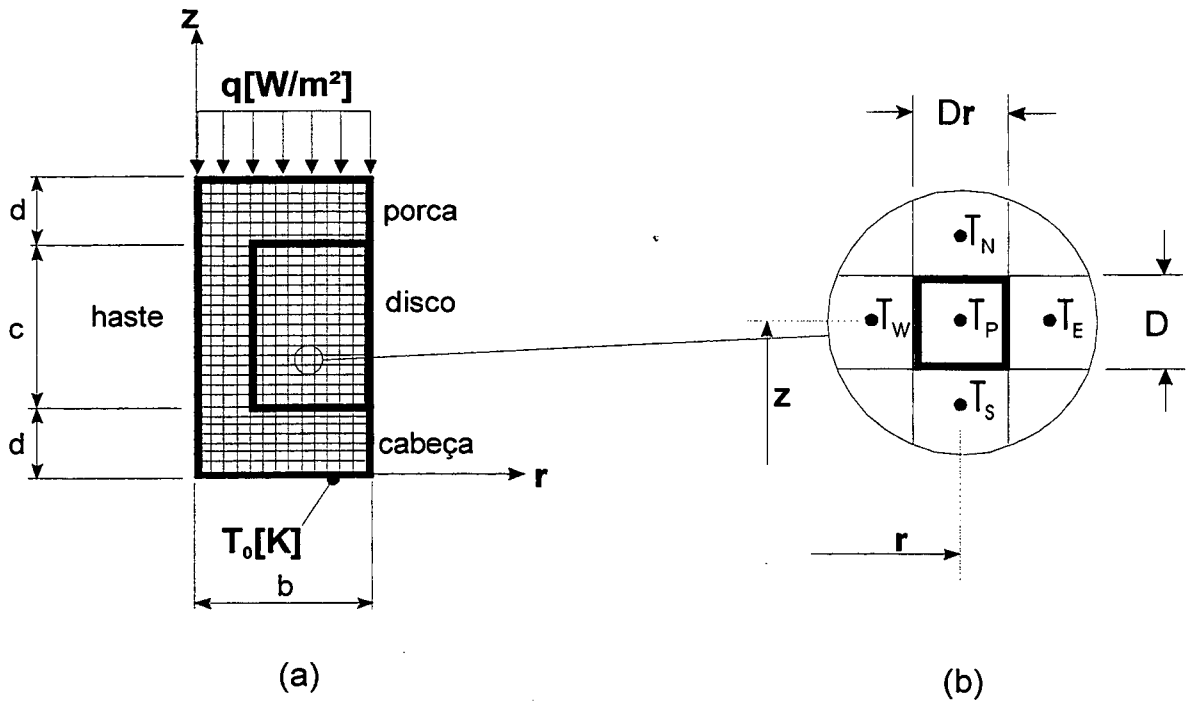


**FIGURA 4.4** – Circuito térmico equivalente.

#### 4.2.4. Modelo Numérico Bidimensional.

No modelo numérico bidimensional, a distribuição de temperatura no diodo é obtida numericamente. As temperaturas são calculadas em pontos discretos do domínio, ou seja, num número finito de pontos. A metodologia empregada é a de volumes finitos. Basicamente, o método consiste em dividir o domínio do problema em pequenos volumes elementares. Em cada um dos volumes elementares é realizado um balanço de energia, relacionando a temperatura do volume em questão com as temperaturas dos volumes vizinhos. Desta forma, tem-se um sistema de equações formado pelas equações de balanço em cada volume elementar e tendo como incógnitas as temperaturas de cada volume. Resolvendo esse sistema de equações, tem-se as temperaturas de cada volume elementar.

Para o caso do diodo, devido à simetria radial do problema, a discretização é feita em elementos anulares de espessura  $\Delta r$  e comprimento  $\Delta z$  conforme a Fig. 4.5(a).



**FIGURA 4.5** – Discretização do domínio para o modelo numérico.

A equação governante é a de Laplace, Eq. (4.5), que é integrada sobre o volume elementar mostrado na Fig. 4.5(b), ou seja:

$$\int_{z-\frac{\Delta z}{2}}^{z+\frac{\Delta z}{2}} \int_{r-\frac{\Delta r}{2}}^{r+\frac{\Delta r}{2}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz + \int_{r-\frac{\Delta r}{2}}^{r+\frac{\Delta r}{2}} \int_{z-\frac{\Delta z}{2}}^{z+\frac{\Delta z}{2}} r \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} dz dr = 0 \quad (4.42)$$

e resulta que,

$$\left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\frac{\Delta r}{2}} \Delta z - \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r-\frac{\Delta r}{2}} \Delta z + r \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z+\frac{\Delta z}{2}} \Delta r - r \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z-\frac{\Delta z}{2}} \Delta r = 0 \quad (4.43)$$

Esta expressão pode ser interpretada como sendo um balanço de energia no volume elementar. O primeiro e o terceiro termos representam a energia que entra no volume, nas direções  $r$  e  $z$ , enquanto o segundo e o quarto termos representam a energia que sai do volume pelas direções  $r$  e  $z$ , respectivamente. As derivadas em cada face do volume, que aparecem na equação acima, são avaliadas através de funções interpolação por diferenças centrais (Maliska, 1995). De acordo com a Fig. 4.5(b), o primeiro termo da Eq. (4.43), por exemplo, é dado por:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\frac{\Delta r}{2}} = \frac{T_E - T_P}{\Delta r} \quad (4.44)$$

Expressões semelhantes são obtidas para as outras derivadas que aparecem na Eq.(4.43). Estas expressões são apresentadas no Apêndice III, assim como as equações das derivadas para os volumes nas fronteiras do diodo, os quais requerem um tratamento diferenciado. Desta forma, para cada volume elementar do domínio, obtém-se uma equação algébrica relacionando a sua temperatura ( $T_P$ ) e as temperaturas dos volumes vizinhos ( $T_E$ ,  $T_W$ ,  $T_N$  e  $T_S$ ). Obtém-se assim, um sistema de equações algébricas, cuja solução é o campo de temperatura do diodo.

O sistema de equações resultante é resolvido pelo algoritmo de Gauss-Seidel. Neste método, a solução é obtida iterativamente a partir de uma estimativa inicial. Quando a diferença entre as temperaturas em duas iterações sucessivas, para um mesmo ponto, for menor que um valor pré-definido, a solução é considerada convergida e a computação interrompida. Para aumentar a velocidade de convergência, é aplicando um fator de sobre-relaxação à temperatura calculada a cada nova iteração. A sobre-relaxação é traduzida pela equação linear no peso  $w$  como segue:

$$T_p^1 = w T_p + (1 - w) T_p^0 \quad (4.45)$$

onde  $T_P^0$  é a temperatura calculada na iteração anterior,  $T_P$  é a temperatura calculada pelo algoritmo de Gauss-Seidel,  $T_P^I$  a temperatura da nova iteração e  $w$  o coeficiente de relaxação. Maliska (1995) faz uma apresentação mais detalhada do Método dos Volumes Finitos, do Algoritmo de Gauss-Seidel, bem como da aplicação da sobre-relaxação.

A resistência global do diodo, a partir da Eq. (4.1), pode ser escrita como segue,

$$R_g = \frac{T_m - T_0}{q\pi b^2} \quad (4.46)$$

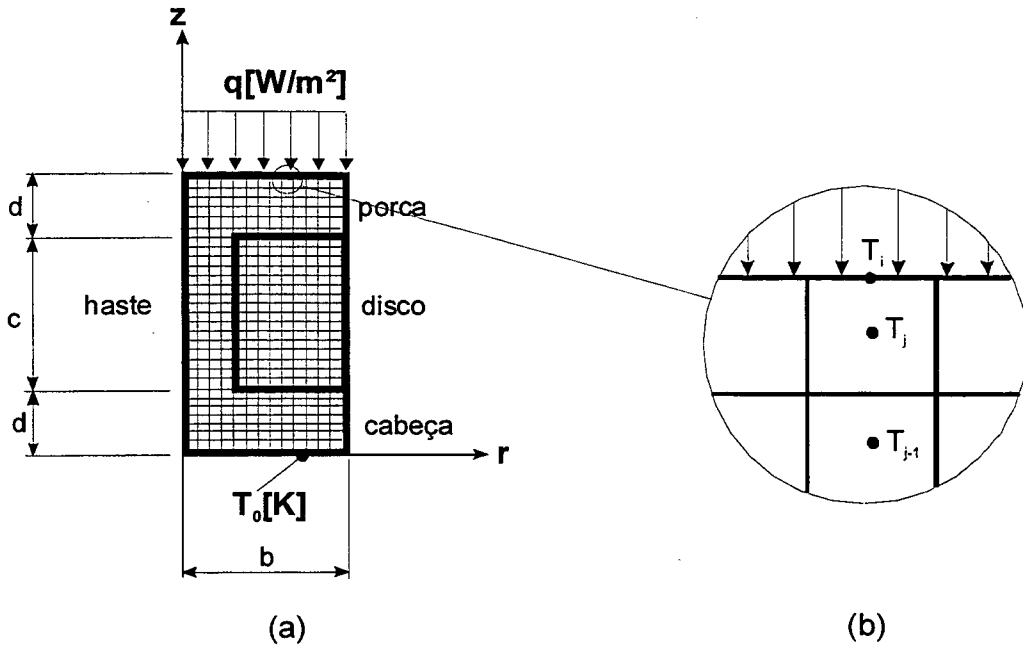
onde  $T_m$  é a temperatura média na seção  $z=2d+c$  (ver Fig. 4.5.a), calculada por:

$$T_m = \frac{2}{b^2} \int_0^b T(r, 2d+c) r dr \approx \frac{2}{n^2} \sum_{i=1}^n T_i (i-0,5) \quad (4.47)$$

onde  $n$  é o número de volumes elementares na direção  $r$  e  $T_i$  é a temperatura na fronteira de cada volume na seção  $z=2d+c$ . Como o método dos volumes finitos calcula as temperaturas no centro do volume elementar, a temperatura na fronteira é calculada a partir de uma extrapolação linear das temperaturas do volume da fronteira e do volume imediatamente após o da fronteira (ver Fig. 4.6.b), ou seja:

$$T_i = \frac{T_j - T_{j-1}}{2} + T_j \quad (4.48)$$

A extrapolação linear foi escolhida por corresponder à solução exata da equação diferencial da condução de calor unidimensional em regime permanente.



**FIGURA 4.6** – Volumes na fronteira com fluxo de calor prescrito.

### 4.3. Condutância Térmica de Contato.

Quando analisadas em escala microscópica, todas as superfícies planas obtidas pelos processos de fabricação existentes apresentam desvios com relação à forma geométrica idealizada, conhecidos como rugosidades e ondulações. Estas imperfeições fazem com que, quando as superfícies são postas em contato, elas se toquem apenas nos seus pontos mais elevados. Desta forma, a área real de contato é apenas uma pequena fração da área aparente. No restante da área, as superfícies estão separadas por uma pequena folga.

A transferência de calor entre tais superfícies pode se dar de até três maneiras (Fried and Costello, 1961, Yovanovich, 1981, 1986): condução através dos pontos de contato, radiação ao longo da área de não contato e condução através do gás que preenche os vazios formados pelas rugosidades. No vácuo, esta última parcela não existe. Como a radiação só é relevante para temperaturas altas, a condução através dos pontos de contato é responsável pela maior parte do



calor transferido. Isto provoca uma constrição das linhas de fluxo de calor em direção aos pontos de contato. A resistência ao fluxo de calor devida ao estrangulamento das linhas de fluxo, é conhecida como resistência de micro-constrição. A combinação em paralelo da resistência de micro-constrição, da resistência de condução através do gás que preenche as folgas e da radiação através dos espaços vazios, considerando que um mecanismo não interfere no outro, é a chamada resistência da junção (Yovanovich, 1981, 1986). A presença de ondulações, como as resultantes de empenamentos, abaulamentos, etc., faz com os pontos de contato se concentrem numa região em particular da área de contato, para onde converge o fluxo de calor. O afunilamento gera a chamada resistência de macro-constrição. A resistência de contato é a soma em série da resistência de macro-constrição com a resistência da junção.

Em aplicações criogênicas e em ambientes espaciais, como é o caso do diodo em estudo, a radiação e a condução do gás através dos vazios são desprezíveis. Yovanovich (1986) apresenta um modelo para o cálculo da resistência de radiação. O mesmo pesquisador (1981, 1986), propõe modelos para calcular a resistência condutiva através do gás que preenche os vazios. Fried e Costello (1961) desenvolve um trabalho com o mesmo objetivo. Clausen (1966) propõe uma correlação para estimar resistência de macro-constrição. Este autor considera que, para a maior parte das superfícies encontradas nos problemas de engenharia, a resistência de macro-constrição se sobressai à de micro-constrição. A mesma consideração é feita por Yovanovich (1984), para superfícies com ondulações superiores a  $1,5\mu m$ . Lambert and Fletcher (1997) e Yovanovich (1986) também apresentam modelos para o cálculo resistência de macro-constrição. Os modelos para cálculo da resistência de macro-constrição propostos pelos pesquisadores mencionados não são aplicáveis à geometria do diodo em estudo.

A resistência de micro-constrição tem merecido mais atenção dos pesquisadores, sendo que vários modelos são propostos na literatura. Eles podem ser divididos em duas classes principais, de acordo com o tipo de deformação das rugosidades: elástica e plástica. A

deformação é elástica quando, após a retirada da carga que une as superfícies, as rugosidades retomam à forma original, de antes do carregamento. Quando a deformação permanece mesmo após a retirada da carga, a deformação das rugosidades é plástica. Baseados na teoria de Hertz, Greenwood e Williamson (1966) desenvolveram um modelo para contato elástico entre duas superfícies rugosas, considerando que as alturas das rugosidades obedecem a uma distribuição gaussiana. Cooper et al. (1969) também considera a distribuição gaussiana das rugosidades, porém consideram a deformação como plástica e apresenta uma expressão para o cálculo da condutância de contato. Mikic (1974) adaptou o modelo de Cooper et al. (1969) para a deformação elástica. O autor define ainda um índice para prever se a deformação é elástica ou plástica. O índice é calculado em função das durezas e dos módulos de elasticidade dos materiais das duas superfícies em contato, e da inclinação média dos perfis das duas superfícies. Segundo este índice, a deformação no contato disco-parafuso é plástica, como se verá na Seção 6.5. A partir do modelo de Cooper et al. (1969), Yovanovich (1981) propôs uma nova correlação para deformação plástica, que vem sendo utilizada em vários trabalhos na literatura (Maddren and Marschall, 1993, Mantelli et al., 1995, 1997, 1998, Marotta and Fletcher, 1998) e será também adotada neste. Ela é dada por:

$$\frac{R_q}{s} \frac{h_c}{k_s} = 1,25 \left( \frac{P}{H} \right)^{0,95} \quad (4.49)$$

onde  $k_s[W/m.K]$  é a média harmônica das condutividades dos dois materiais da união ( $k_s = 2 k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$ ),  $R_q[m]$  é a média quadrática das alturas das rugosidades RMS das superfícies ( $R_q^2 = R_{q1}^2 + R_{q2}^2$ ),  $s[adimensional]$  é a média quadrática das inclinações médias efetivas dos perfis das superfícies ( $s^2 = s_1^2 + s_2^2$ ),  $P[Pa]$  é a pressão de contato e  $H[Pa]$  é a dureza do material

mais mole. As rugosidades  $R_{qi}$  e as inclinações médias dos perfis  $s_i$  das superfícies são calculadas por:

$$R_{qi}^2 = \frac{1}{L} \int_0^L [y(x)]^2 dx \quad (4.50)$$

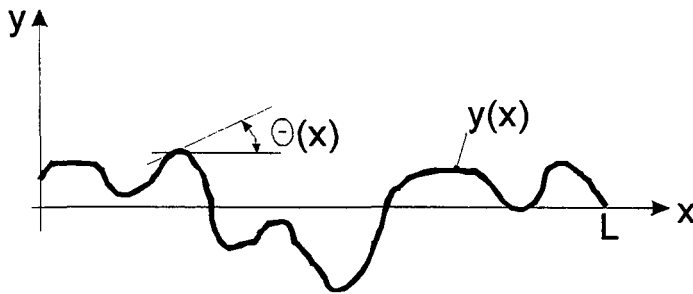
$$s_i = |\tan \theta| = \frac{1}{L} \int_0^L |\tan \theta(x)| dx \quad (4.51)$$

onde os parâmetros presentes nestas equações referem-se à geometria do perfil da superfície, como o mostrado na Fig. 4.7.

Song e Yovanovich (1988) propõem a seguinte correlação para o cálculo da pressão de contato adimensional  $P/H$  na Eq. (4.49):

$$P/H = \left[ P / c_1 (1,62 R_q / s)^{c_2} \right]^{\frac{1}{1+0,071 c_2}} \quad (4.52)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são os coeficientes de correlação de microdureza Vickers do metal mais macio, obtidos experimentalmente.

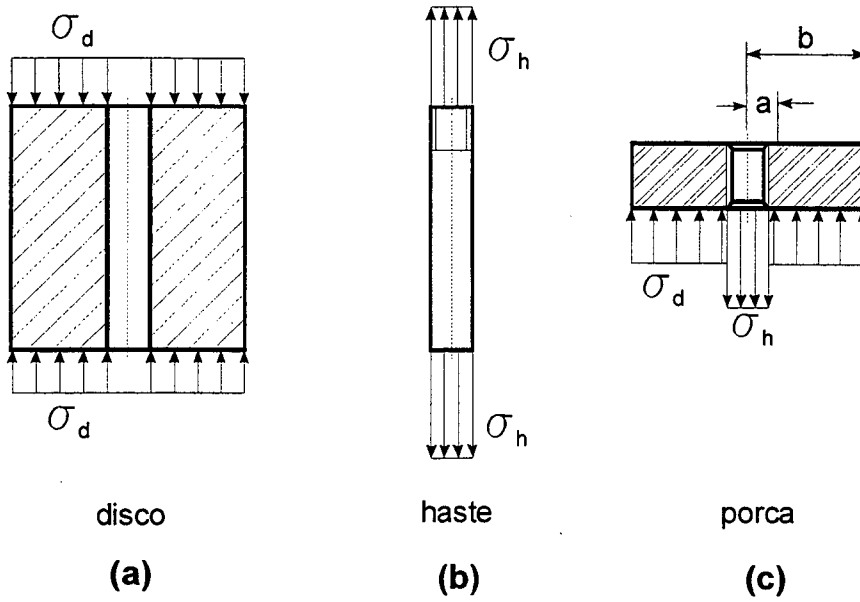


**FIGURA 4.7** – Parâmetros geométricos da superfície.

#### 4.4. Análise Termoelástica.

Nas seções anteriores foram apresentados e desenvolvidos modelos para calcular a resistência térmica global do diodo em função da pressão de contato entre a porca e o disco e entre o disco e a cabeça do parafuso. Nesta seção é desenvolvido um modelo para o cálculo da pressão de contato em função do nível médio de temperatura e da pressão inicial de aperto do diodo. Segundo Thornton (1996), o cálculo da pressão normal às interfaces requer a solução simultânea do campo do tensor tensão  $\sigma_{ij}$ , do tensor deformação  $\varepsilon_{ij}$  e do vetor deslocamento  $u_i$ . O tensor tensão e o tensor deformação são simétricos, o que significa que cada um possui seis componentes diferentes. O vetor deslocamento possui mais três. As equações disponíveis são as três equações de equilíbrio estático, uma para cada direção ortogonal, seis relações entre os componentes do tensor deformação e do vetor deslocamento e seis equações constitutivas, conhecidas como Lei de Hooke generalizada. Com isso tem-se um sistema com quinze equações, doze das quais diferenciais, a quinze incógnitas.

No entanto, a solução se torna bem mais simples considerando tanto a porca quanto a cabeça do parafuso como corpos perfeitamente rígidos, ou seja, somente a haste e o disco estão sujeitos a deformações. Esta hipótese implica em que a haste possa ser considerada uma barra sob esforço unidimensional de tração e o disco como uma barra sob compressão unidimensional, conforme a Fig. 4.8. A pressão na interface entre o disco e o parafuso é igual à tensão de compressão do disco  $\sigma_d$ , constante ao longo de toda a seção transversal. Nelson (1962), Aron and Colombo (1963), Greenwood (1964), Fried and Atkins (1965) e Lardner (1965), em estudos semelhantes, mostram que a pressão tem seu valor máximo próximo à haste e decai à medida que se distancia dela.



**FIGURA 4.8** – Modelo de esforços unidimensionais no diodo.

A hipótese de porca e cabeça infinitamente rígidos se torna mais próxima da realidade quanto mais espessas forem a porca e a cabeça do parafuso. Katwijk and Bennet (1978) e Mantelli (1998) também se valem desta hipótese para estimar a pressão de contato na união de chapas aparafusadas. Além de porca e cabeça altamente rígidas, para que a hipótese de pressão constante seja coerente, é necessário que as superfícies do disco, da porca e da cabeça do diodo sejam perfeitamente planas.

Com a hipótese de esforços unidimensionais, a única tensão diferente de zero é a tensão normal  $\sigma_{zz}$  e as equações de equilíbrio estático se resumem a uma só:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0 \quad (4.53)$$

assim como as relações deformação-deslocamento:

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.54)$$

E a Lei de Hooke (Thornton, 1996) pode ser escrita como:

$$\sigma_{zz} = E \left[ \varepsilon_{zz} - \alpha (T - T_{ref}) \right] \quad (4.55)$$

onde  $E [Pa]$  é o módulo de elasticidade,  $\alpha [K^{-1}]$  é o coeficiente de expansão térmica,  $T$  é uma temperatura qualquer e  $T_{ref} [K]$  é uma temperatura de referência, onde as deformações térmicas são nulas. Uma vez que o problema é unidimensional, os índices direcionais são substituídos pelos índices  $h$  e  $d$  referentes à haste e ao disco, respectivamente. Substituindo a Eq. (4.54) na Eq.(4.55) e integrando ao longo do comprimento haste, tem-se uma expressão para o alongamento da haste em função da tensão de tração e da dilatação térmica:

$$u_h = \frac{\sigma_h L_{0h}}{E_h} + \overline{\alpha}_h L_{0h} (T_m - T_{ref}) \quad (4.56)$$

onde  $T_m$  é a temperatura média da haste,  $\overline{\alpha}_h$  é o valor médio do coeficiente de expansão térmica entre as temperaturas  $T_m$  e  $T_{ref}$ , e  $L_{0h}$  é o comprimento haste sem carregamento e à temperatura ambiente. Como se verá posteriormente, a variação de temperatura ao longo do comprimento da haste é bem menor que a diferença entre  $T_m$  e  $T_{ref}$  e por isso ela é desprezada e usado o valor médio  $T_m$ . O coeficiente médio de expansão térmica  $\overline{\alpha}$  é calculado através de:

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{(T_m - T_{ref})} \int_{T_{ref}}^{T_m} \alpha(T) dT \quad (4.57)$$

Usando procedimento análogo ao usado na dedução da Eq. (4.56), pode-se obter uma expressão para o encolhimento do disco:

$$u_d = -\frac{\sigma_d L_{0d}}{E_d} + \overline{\alpha}_d L_{0d} (T_m - T_{ref}) \quad (4.58)$$

A temperatura média do disco  $T_m$  é considerada igual à da haste.

Escrevendo-se uma equação para o equilíbrio de forças sobre a porca, de acordo com a Fig. 4.8(c) tem-se:

$$\sigma_h = \frac{(b^2 - a^2)}{a^2} \sigma_d \quad (4.59)$$

Após a montagem do diodo, os comprimentos do disco e da haste devem ser os mesmos, ou seja:

$$L_{0h} + u_h = L_{0d} + u_d \quad (4.60)$$

Substituindo as Eqs.(4.56), (4.58) e (4.59) na Eq.(4.60), pode-se calcular a pressão inicial do disco, que é igual à tensão de compressão  $\sigma_d$ , fazendo-se  $T_m = T_{ref}$ . A expressão resultante é:

$$P_{inicial} = \frac{(L_{0d} - L_{0h})}{\left[ \frac{L_{0h}}{E_h} \frac{(b^2 - a^2)}{a^2} + \frac{L_{0d}}{E_d} \right]} \quad (4.61)$$

A pressão para uma temperatura qualquer ( $T_m \neq T_{ref}$ ), pode ser calculada da mesma maneira que a pressão inicial, a partir da Eq. (4.60). Ela é dada por:

$$P = P_{inicial} + \frac{(\overline{\alpha_d} L_{0d} - \overline{\alpha_h} L_{0h})}{\left[ \frac{L_{0h}}{E_h} \frac{(b^2 - a^2)}{a^2} + \frac{L_{0d}}{E_d} \right]} (T_m - T_{ref}) \quad (4.62)$$

Expressões equivalentes à Eq. (4.62) são utilizadas por Katwijk and Bennet (1978) e Mantelli (1998), para estimar a pressão média de contato de juntas aparafusadas.

#### 4.5. Sumário.

Neste capítulo, são apresentados três modelos analíticos e um modelo numérico para calcular a resistência térmica global do diodo em estudo. A condutância de contato nas interfaces entre o disco e o parafuso é calculada por modelos disponíveis na literatura. A pressão de contato é estimada por um modelo que considera a cabeça e a porca como corpos perfeitamente rígidos.



## CAPÍTULO 5

### PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

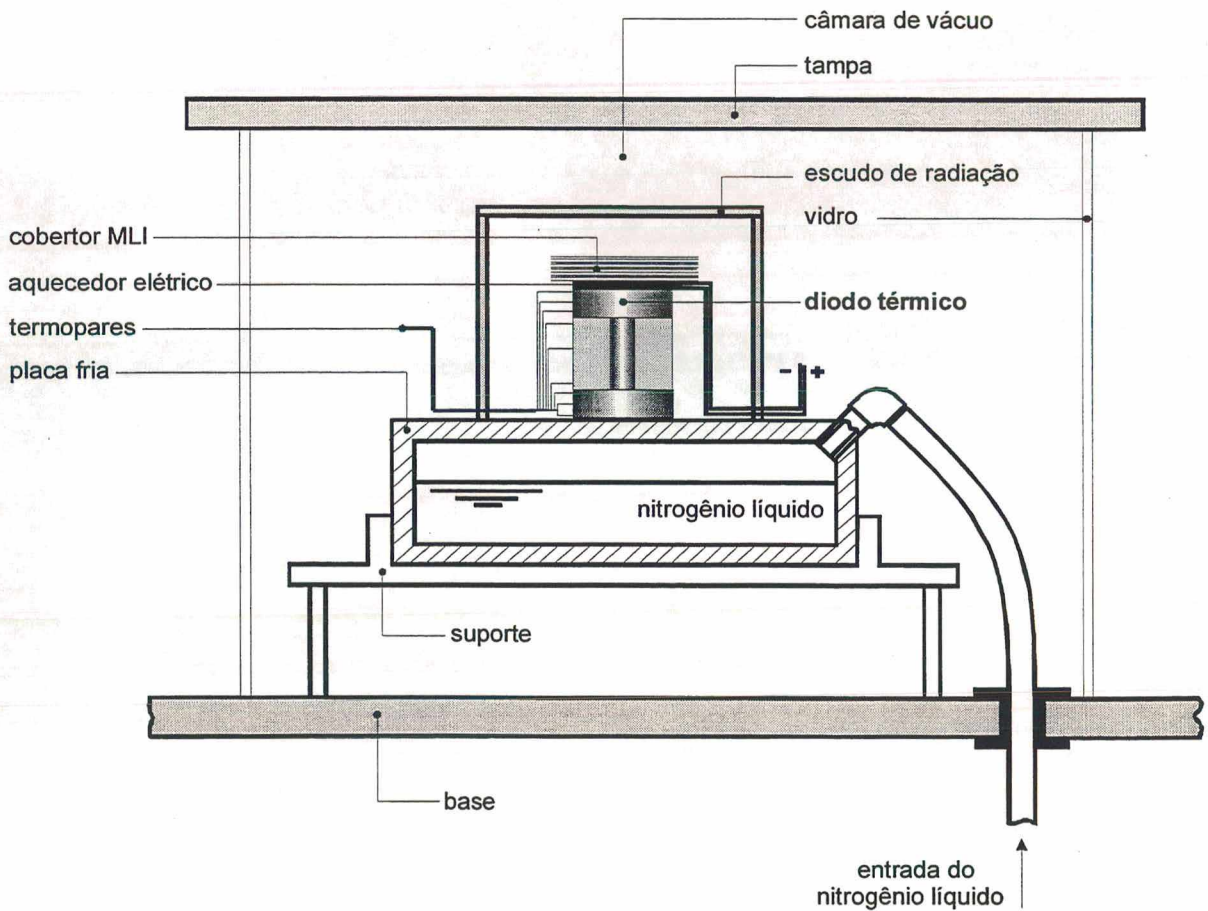
#### 5.1. Introdução.

Neste capítulo, são apresentados a montagem e o procedimento experimental para medição da resistência global do diodo térmico em ambiente de vácuo e a níveis de temperaturas criogênicas. Um protótipo foi construído pelo NCTS, com o objetivo de mostrar a viabilidade técnica do diodo térmico em estudo e investigar a precisão dos modelos desenvolvidos e apresentados no capítulo anterior. Os testes foram feitos no LABSOLAR/NCTS da UFSC. Os resultados obtidos com o procedimento experimental, bem como a comparação com os modelos teóricos, são apresentados no próximo capítulo.

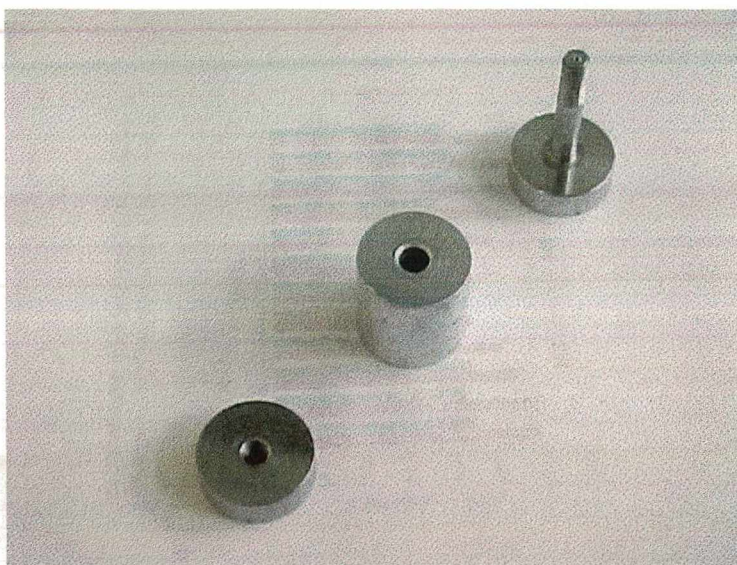
#### 5.2. Aparato Experimental.

A montagem consiste basicamente de uma câmara de vácuo, uma placa fria, um aquecedor elétrico e um escudo de radiação. A montagem é esquematicamente mostrada na Fig. 5.1. O modelo de engenharia do diodo tem *40 mm* de comprimento por *24 mm* de diâmetro, haste de diâmetro *6 mm* e porca e cabeça de espessura *8 mm*. Na Fig. 5.2 tem-se uma fotografia do protótipo desmontado. O parafuso e a porca são feitos de aço inoxidável austenítico ASTM A306 e o disco de alumínio. O diodo é fixado sobre a placa fria, com pasta térmica para vácuo

Omegatherm® 201, de alta condutividade térmica, de modo que uma das suas extremidades é mantida à temperatura constante, de aproximadamente 78K. Um aquecedor elétrico de pequena espessura e mesmo diâmetro do diodo, é colado com pasta térmica na outra extremidade. Sobre o aquecedor é colocado um cobertor do tipo MLI (Multilayer Insulator Blanket) para minimizar as perdas de calor para as paredes do escudo de radiação.



**FIGURA 5.1** – Bancada experimental.



**FIGURA 5.2** – Fotografia do protótipo do diodo térmico desmontado.

Ao longo do diodo são feitas medidas internas e superficiais de temperaturas através de termopares bastante finos. Na Fig.5.3 é mostrada uma fotografia do diodo montado sobre a placa fria, com o aquecedor, os termopares e o MLI.



**FIGURA 5.3** – Fotografia do diodo sobre a placa fria, com o aquecedor, o MLI e os termopares.



Envolvendo a montagem, é colocado um escudo de radiação para bloquear as trocas radiativas entre o diodo e o ambiente externo. A placa fria é colocada sobre um suporte de Teflon®, apoiado na base da câmara de vácuo. Uma campânula de vidro com uma tampa de aço envolve o experimento. Os componentes da montagem experimental são apresentados em maiores detalhes a seguir.

### **5.2.1. Placa Fria.**

A placa fria consiste de um cilindro de cobre oco, com diâmetro externo igual a  $300\text{ mm}$  e comprimento igual a  $80\text{ mm}$ . A cavidade da placa fria está conectada ao exterior da câmara de vácuo por dois tubos flexíveis de aço inoxidável. Por um dos tubos é injetado nitrogênio líquido que está armazenado num tanque pressurizado. O outro tubo está em comunicação com a atmosfera, de forma que a temperatura da placa fria tende à de saturação do nitrogênio líquido à pressão atmosférica. Devido à alta condutividade do cobre, toda a placa se mantém a uma temperatura homogênea.

### **5.2.2. Aquecedor Elétrico.**

O aquecedor consiste de um enrolamento em espiral de um fio de Nicrothal® de  $0,254\text{ mm}$  de diâmetro. A espiral é revestida nos dois lados por fita de Kapton® para isolamento elétrico e recoberta com fita de alumínio para distribuir o calor mais uniformemente. O formato do aquecedor é de um disco de diâmetro  $24\text{ mm}$  e espessura  $1\text{ mm}$ .

Para eliminar a condução do calor vindo do ambiente a  $300K$  em direção ao aquecedor, que pode atingir temperaturas de  $100K$ , os fios de alimentação são aterrados termicamente. O aterramento térmico consiste em enrolar os fios de alimentação em volta da placa fria para que o calor ambiente seja trocado com a placa, antes de chegar ao aquecedor. Os fios são fixados na placa fria com fita de alumínio adesivada, para melhorar a troca de calor entre os fios e a placa fria. Procedimento semelhante foi adotado com os fios dos termopares. Maiores detalhes do aterramento térmico serão dados posteriormente.

O aquecedor é alimentado por uma fonte de corrente contínua, externa à câmara de vácuo. A tensão de alimentação é medida na própria fonte, com uma resolução de  $0,01V$  e a corrente através de um multímetro com resolução  $0,01A$ .

### 5.2.3. Escudo de Radiação.

O escudo consiste de um copo de alumínio de  $75mm$  de diâmetro,  $100mm$  de altura e espessura de parede  $1,5 mm$ . O copo é assentado sobre a placa fria. O bom contato térmico entre o copo e a placa fria é melhorado com pasta térmica. Dada a alta condutividade do alumínio, o copo se mantém a uma temperatura uniforme e próxima à da placa fria. Medições feitas em diversos pontos do escudo, indicaram uma diferença de temperatura inferior a  $1,5K$  com relação à placa fria. Desta forma todo o diodo fica envolvido numa cavidade a uma temperatura uniforme e constante ao longo tempo. O calor da radiação ambiente, absorvida pelo escudo, é conduzido diretamente para a placa fria, sem passar pelo diodo.



#### 5.2.4. Câmara de Vácuo.

A câmara de vácuo consiste de uma mesa de aço inoxidável, uma campânula de vidro de alta resistência e uma tampa também de aço inoxidável. A mesa e a tampa foram fabricadas pelo NCTS, no laboratório de Máquinas Operatrizes da UFSC. O vácuo é feito por duas bombas, uma mecânica e uma difusora. A bomba mecânica, modelo Edwards E2M-18, é responsável pelo vácuo primário, de aproximadamente  $2 \cdot 10^{-2} \text{ mbar}$ . Neste estágio, entra em operação a bomba difusora molecular modelo Edwards Difstak 160 MM. A bomba difusora molecular consegue estabelecer vácuos da ordem de  $4 \cdot 10^{-6} \text{ mbar}$  para a câmara construída na UFSC. O vácuo é monitorado por dois sensores, de baixo e alto vácuo, modelos Edwards APG-M-NW16 e AIM-S-NW25, respectivamente. Cada sensor é conectado a um mostrador, modelos Edwards AGD 112 IM e AGD 111 M, com escalas de  $100$  a  $10^{-3} \text{ mbar}$  e de  $10^{-3}$  a  $5 \cdot 10^{-8} \text{ mbar}$ , respectivamente. Na Fig.5.4 é mostrada uma figura do sistema de vácuo disponível no NCTS. A bomba mecânica pode ser vista na parte inferior da figura, acoplada a um motor elétrico. A bomba difusora é o cone circundado por uma serpentina, que está na parte central da figura. Os dois mostradores podem ser vistos no canto superior esquerdo da mesma.



**FIGURA 5.4** – Sistema de vácuo.

### 5.2.5. Termopares.

Os termopares utilizados são do tipo “T”, de alta pureza e bitola AWG40. Todos os termopares foram feitos com fios do mesmo lote. Eles estão distribuídos em 17 pontos ao longo do diodo: 3 internos, 3 na interface entre o diodo e a placa fria, 2 na interface entre o diodo e o aquecedor elétrico e 9 na superfície lateral. Na Fig.5.5. são mostrados os pontos de localização dos termopares. As temperaturas são medidas, lendo-se as tensões nos termopares através de um sistema de aquisição de dados modelo HP 3497A, com resolução de  $1\ \mu V$ .

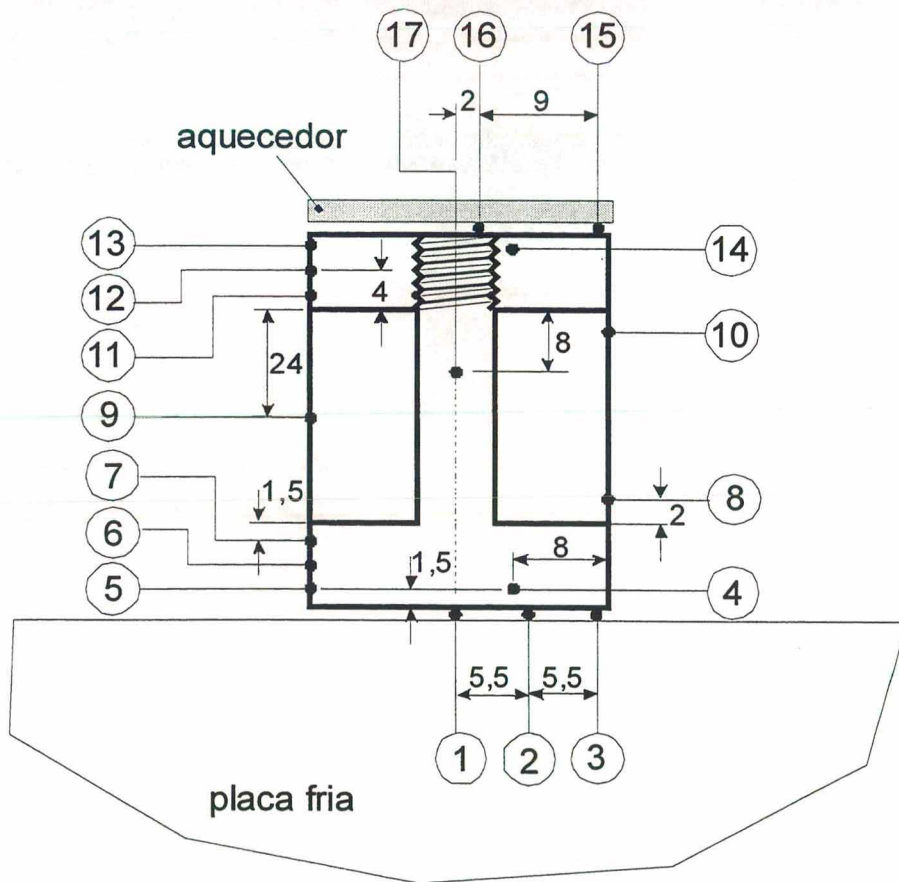


FIGURA 5.5 – Localização dos termopares.

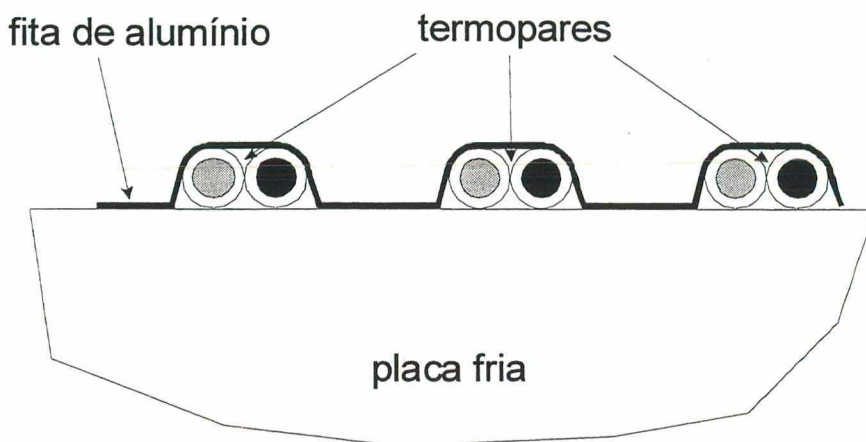


A obtenção de medidas de temperaturas criogênicas requer um processo muito delicado de montagem dos termopares. A temperatura da junção de medição do termopar sofre muita influência da temperatura da outra extremidade, conectada ao sistema de aquisição de dados à temperatura ambiente. Um bom acoplamento térmico entre a junção do termopar e o diodo e a minimização do fluxo de calor por condução pelo fio do termopar são críticos na obtenção de resultados satisfatórios. Os termopares das interfaces entre o diodo e a placa fria e entre o diodo e o aquecedor (1, 2, 3, 15 e 16) (ver Fig. 5.5), são imersos na camada de pasta térmica entre os elementos. Os termopares internos 4 e 14 são alojados, com pasta térmica, em furos de 1mm de diâmetro e 8mm de profundidade, enquanto que, para o furo para o termopar 17, o furo tem 16mm de profundidade e 1mm de diâmetro. Os demais termopares superficiais são imersos em furos de 1mm de diâmetro e 1mm de profundidade também preenchidos por pasta térmica.

#### **5.2.5.1. Aterramento Térmico do Termopares.**

Para minimizar a troca de calor, através do termopar, entre o sistema de aquisição e o diodo, é necessário fazer o aterramento térmico dos fios de termopares, como foi feito com os fios de alimentação do aquecedor. Após várias tentativas, a maneira escolhida para se fazer o aterramento térmico consiste em fixar, através de fitas de alumínio adesivadas, parte do termopar (150 em 500mm de comprimento total) sobre a placa fria. A Fig. 5.6 mostra um esquema do aterramento térmico dos termopares, em corte transversal. A alta condutividade do alumínio, bem como a sua baixa emissividade, fazem com que a fita atinja uma temperatura bem próxima à da placa fria. Desta forma, o calor conduzido pelos fios dos termopares é dissipado na placa fria antes de chegar até o diodo.

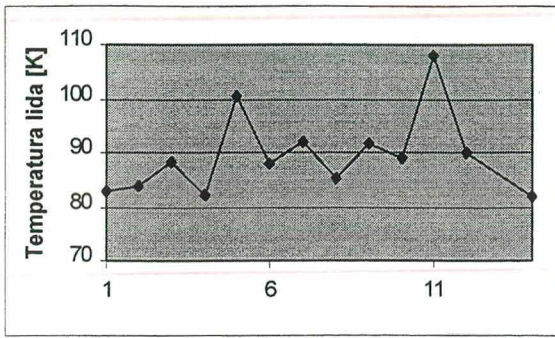




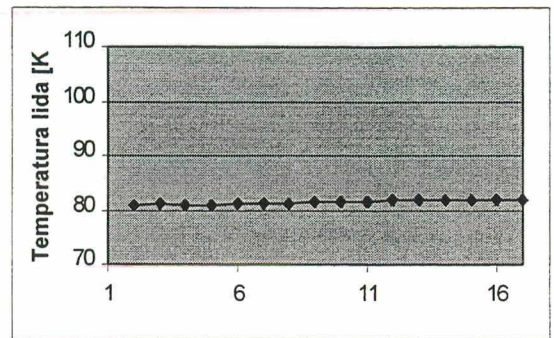
**FIGURA 5.6** – Aterramento térmico dos termopares.

A eficiência do aterramento térmico é testado deixando as juntas de medição dos termopares em suspensão, ou seja, sem estar em contato com nada, dentro do escudo de radiação. Nesta condição, elas atingem temperaturas em média de  $15K$  acima da temperatura da placa fria, sem diferenças significativas entre as leituras de um termopar e outro. Sem o aterramento térmico, o mesmo teste indica temperaturas bastante aleatórias, de até  $100K$  acima da temperatura da placa fria.

A falta de aterramento térmico, combinado com um mau acoplamento térmico entre o termopar e o diodo, pode provocar erros de até  $30K$  na leitura da distribuição de temperatura, que muitas vezes equivale à diferença total de temperatura dentro do diodo, inviabilizando o teste. A Fig. 5.7 mostra dois gráficos de temperaturas em diversos pontos do diodo, em regime permanente para potência zero no aquecedor. Nesta figura, o gráfico (a) mostra os erros mencionados, enquanto no gráfico (b), eles praticamente inexistem devido ao cuidado com aterramento térmico e com o bom acoplamento da junta de medição no diodo.



(a)



(b)

**FIGURA 5.7** – Temperaturas medidas sem (a) e com (b) aterramento térmico dos termopares, para potência zero do aquecedor.

#### 5.2.5.2. Calibração dos Termopares.

A temperatura de referência dos termopares é compensada eletronicamente no sistema de aquisição de sinais, através do ajuste de um resistor variável. Os 17 termopares utilizados são colocados, juntamente com um termômetro padrão de bulbo com mercúrio com precisão  $0,05K$ , dentro de um calorímetro, a uma temperatura próxima à da ambiente. Após o equilíbrio térmico dos termopares e do termômetro padrão, é feito o ajuste do sistema de aquisição para que, em média todos os termopares indiquem a mesma temperatura lida no termômetro padrão. A variação máxima das leituras de cada termopar é de  $\pm 0,1K$  em torno do valor lido no termômetro padrão. Em seguida, os termopares são mergulhados num recipiente com nitrogênio líquido à pressão atmosférica. As leituras apresentam valores dentro da faixa de  $80,8 \pm 0,2 K$ . Segundo Baron (1985), a temperatura de saturação do nitrogênio líquido, à pressão atmosférica é  $77,4 K$ , o que significa um erro sistemático dos termopares de  $3,4K$ . Admite-se que este erro sistemático seja constante para toda a faixa de temperaturas dos testes (de  $78$  a  $145K$ ), assim como o erro

aleatório de  $\pm 0,2K$ . A conversão entre o sinal de tensão lido no termopar e a temperatura é feita através do polinômio interpolador fornecido pelo fabricante dos termopares. O erro aleatório do polinômio é de  $\pm 0,4K$ , assim, o erro aleatório total é dado pela soma do erro aleatório da calibração à temperatura de saturação do nitrogênio líquido ( $\pm 0,2K$ ) com o erro aleatório do polinômio interpolador ( $\pm 0,4K$ ), ou seja  $\pm 0,6K$ .

Portanto, o resultado das medições de temperatura é o valor dado pelo polinômio interpolador ( $T_p$ ), que é calculado em função do sinal ( $mV$ ) gerado pelo termopar, subtraído do erro sistemático ( $3,4K$ ) e somado ao erro aleatório total ( $\pm 0,6K$ ), ou seja:

$$T = T_p - 3,4 \pm 0,6 \quad (5.1)$$

### 5.2.5.3. Troca de Calor pelos Termopares.

Como se verá pelos resultados que serão apresentados no próximo capítulo, a temperatura média do diodo está entre 3 e 33K acima da temperatura da placa fria. Quando a temperatura do diodo é maior que a do termopar, há uma fuga de calor por condução do diodo pelo fio. Inversamente, quando a temperatura do diodo for menor que a do termopar, há um entrada de calor no diodo pelo fio. O fluxo de calor que sai ou entra no diodo por condução pelos fios dos termopares pode ser estimado por:

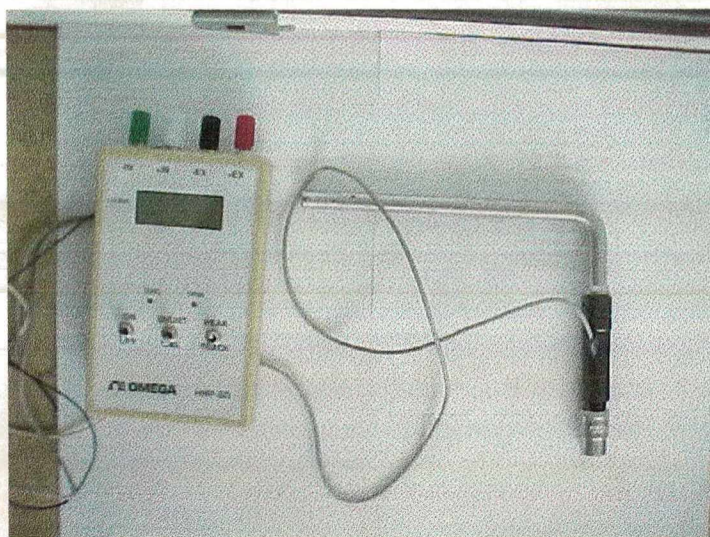
$$Q_{fio} = n \frac{\pi d_{fio}^2 \Delta T}{4 L} (k_{cobre} + k_{const}) \quad (5.2)$$



onde  $n=17$  é o número de termopares,  $d_{\text{fio}}=0,05\text{mm}$  é diâmetro dos fios,  $k$  são as condutividades térmicas ( $400\text{W/mK}$  para o cobre e  $23\text{W/mK}$  para o constantan, segundo Incropera e de Witt, 1992),  $\Delta T$  é a diferença entre a temperatura média do diodo e a temperatura dos termopares e  $L=80\text{mm}$  é o comprimento dos fios entre a junção de medição do termopar e o aterramento térmico. Na pior situação possível, que é quando a temperatura média do diodo está  $33\text{K}$  acima da temperatura da placa fria, tem-se que o calor que o diodo perde pelos termopares é da ordem de  $10^{-3}\text{W}$ . A potência do aquecedor para esta situação extrema é  $1,96\text{W}$ , o que significa que os fios dissipam menos de  $0,1\%$  do calor gerado pelo aquecedor.

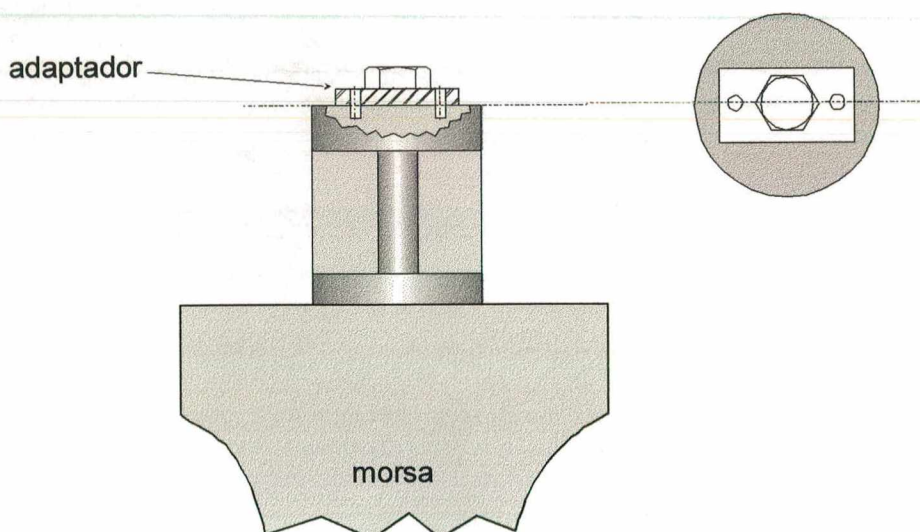
#### 5.2.6. Pressão Inicial de Montagem.

A estimativa da pressão inicial de aperto, é feita com uma célula de carga Entran ELF-B26/5-5000 e um torquímetro Omega® TQ103. A célula de carga tem formato cilíndrico de  $25,4\text{mm}$  de diâmetro por  $4\text{mm}$  de espessura e um furo central passante de  $6,35\text{mm}$  de diâmetro. Depois de excitada com uma tensão de  $15\text{V DC}$ , a célula emite um sinal proporcional à força aplicada sobre ela, que é lido através de um milivoltímetro digital Keithley 199 com resolução de  $10^{-3}\text{mV}$ . A faixa de utilização da célula de carga é de  $5$  a  $5000\text{N}$ , com uma sensibilidade de  $0,0600\text{mV/N}$  e uma incerteza máxima de  $\pm 2\%$  da faixa de utilização, segundo o certificado de calibração fornecido pelo fabricante. O torquímetro tem uma faixa de utilização de  $0$  a  $600\text{Lbf.in}$  e sob uma excitação de  $10\text{V DC}$  gera um sinal de  $4,780708 \cdot 10^{-3} \text{ mV/Lbf.in}$ , segundo a folha de calibração fornecida pelo fabricante. A incerteza máxima é de  $0,35\%$  da faixa de utilização. O valor do torque é lido num mostrador manual Omega® HHP SG, que faz a conversão do resultado da medida em unidades do Sistema Internacional. A resolução do mostrador é de  $10^{-3} [\text{N.m}]$ . A Fig. 5.8 mostra uma fotografia do torquímetro e do mostrador.



**FIGURA 5.8** – Fotografia do torquímetro e do mostrador.

A montagem do diodo é feita prendendo-o pela porca numa morsa e acoplando o torquímetro na cabeça do diodo com um adaptador, conforme mostrado na Fig. 5.9. O adaptador consiste de uma chapa de aço quadrangular com uma cabeça de parafuso *M6* soldada e dois furos passantes de diâmetro *2mm*. Na cabeça do diodo são feitos dois furos de *2mm* de diâmetro por *2mm* de profundidade.



**FIGURA 5.9** – Montagem do diodo.

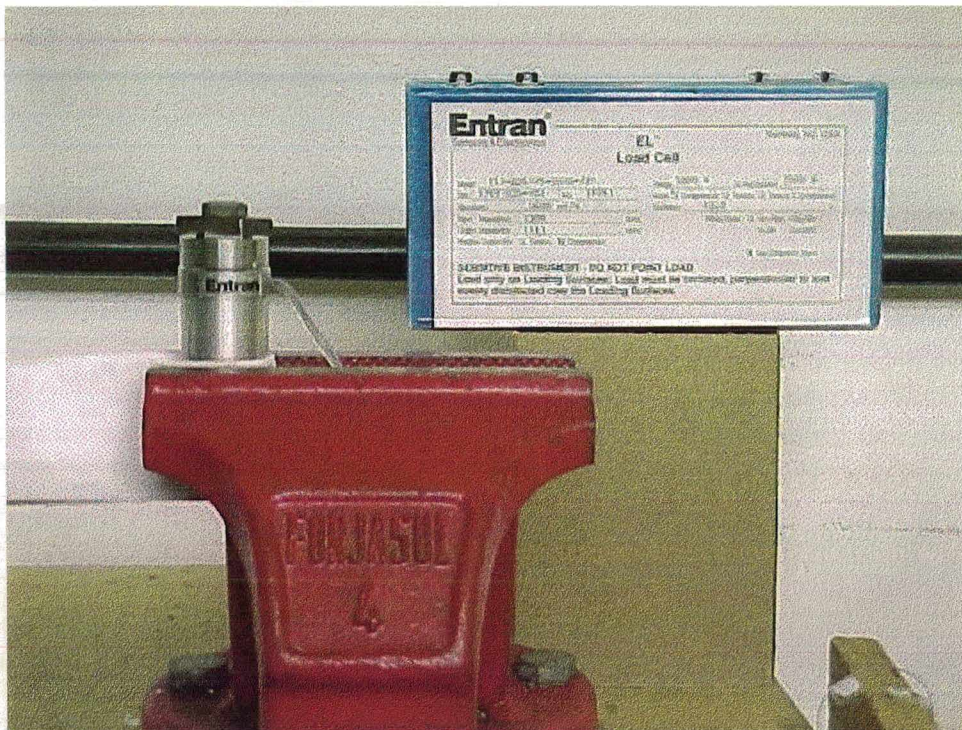


O adaptador é colocado sobre a cabeça do diodo de forma que os furos do adaptador e da cabeça coincidam. Nestes furos são introduzidos dois pinos de aço, de forma que o adaptador e a cabeça do diodo fiquem unidos. Desta maneira, pode-se usar uma chave soquete padrão para apertar a porca do diodo. Depois da montagem, o adaptador é retirado e a face da cabeça do diodo fica livre para que possa ser apoiado sobre a placa fria.

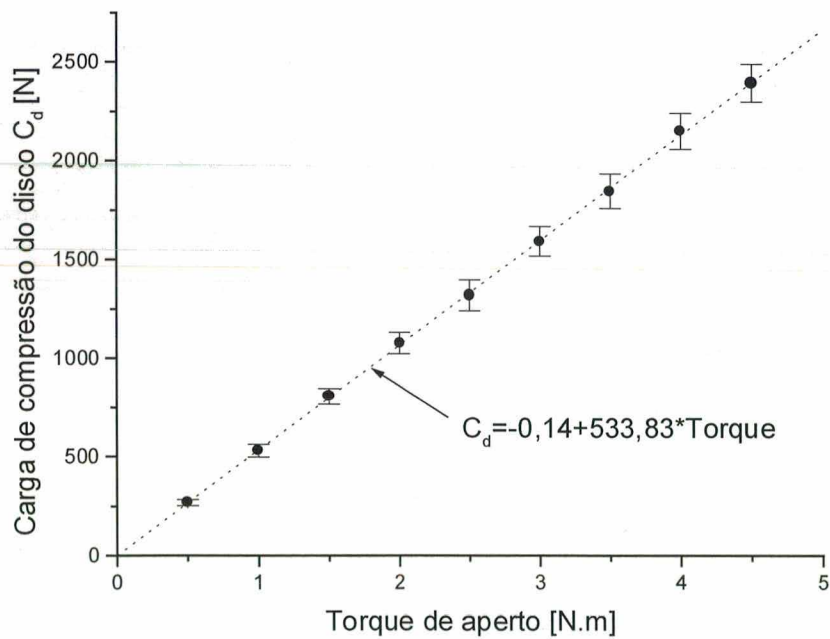
Com o torque de montagem, estima-se a carga de compressão no disco através de uma correlação pré-determinada entre os dois. A correlação é obtida experimentalmente, montando a célula de carga entre o disco e o parafuso e medindo a força de compressão do disco para diversos valores de torque de aperto. A Fig. 5.10 mostra uma fotografia da montagem da célula de carga no diodo. A carga de compressão do disco é medida para 9 níveis de torque de montagem entre 0 e 4,5 N.m. Para cada nível de torque foram feitas 10 medidas da carga de compressão. A Fig. 5.11 mostra o gráfico dos valores médios da carga de compressão e do intervalo de confiança, para cada nível de torque. Pode-se perceber neste gráfico, que a carga de compressão e o intervalo de confiança aumentam de maneira aproximadamente linear com o torque. O intervalo de confiança  $\Delta$  é calculado através da seguinte expressão (Holman, 1994):

$$\Delta = \frac{t s}{\sqrt{n}} \quad (5.3)$$

onde  $t$  é o coeficiente de Student,  $s$  é o desvio padrão da amostra e  $n=10$  é o número de medidas. O valor de  $t$  é tabelado em função de  $n$  e do nível de confiança desejado. O nível de confiança adotado é de 95%. Holman (1994) apresenta a expressão para o cálculo de  $s$  e a tabela para o valor do coeficiente  $t$  de Student.



**FIGURA 5.10** – Fotografia da montagem da célula de carga no diodo, para levantamento da correlação entre torque de montagem e carga de compressão do disco.



**FIGURA 5.11** – Carga de compressão do disco em função do torque de montagem.



### 5.3. Metodologia de Ensaio.

O diodo é fixado sobre a placa fria, com os termopares, o MLI e o escudo de radiação nos seus devidos lugares. A câmara é então evacuada, o nitrogênio líquido injetado na placa fria e a fonte de alimentação do aquecedor ligada. Para diversos níveis de potência, em ordem decrescente, aguarda-se o sistema atingir o regime permanente para fazer-se a aquisição das temperaturas. O sistema é considerado em regime permanente quando as temperaturas não variam mais de  $0,1K$  em 15 minutos, o que significava um tempo de estabilização de até 2,5 horas quando o diodo está desacoplado.

#### 5.3.1. Resistência Térmica Global do Modelo de Engenharia.

A resistência térmica global do diodo é calculada por:

$$R_g = \frac{T_{m1} - T_{m2}}{Q} \quad (5.4)$$

onde  $T_{m1}$  e  $T_{m2}$  são as temperaturas médias nas interfaces entre o aquecedor e o diodo e entre o diodo e a placa fria, respectivamente. A temperatura  $T_{m1}$  é calculada fazendo uma média aritmética entre as temperaturas lidas pelos termopares 15 e 16 (Fig.5.5) e  $T_{m2}$  entre as temperaturas dos termopares 1, 2 e 3. Como se verá posteriormente, as diferenças entre os valores lidos nos pontos 15 e 16 e entre os pontos 1, 2 e 3 não passam de  $0,2 K$ . A incerteza dos termopares é três vezes maior que este valor ( $\pm 0,6K$ ). Isto mostra que a placa fria pode ser considerada a uma temperatura uniforme. Assim as temperaturas  $T_{m1}$  e  $T_{m2}$  são calculadas como:



$$T_{m1} = \frac{T_{15} + T_{16}}{2}, \quad T_{m2} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \quad (5.5)$$

O valor do fluxo de calor  $Q[W]$ , que aparece na Eq.(5.1), é dado por:

$$Q = V I - Q_{\text{escudo}} - Q_{\text{placa fria}} \quad (5.6)$$

onde  $V$  e  $I$  são respectivamente, a tensão e a corrente de alimentação do aquecedor elétrico e  $Q_{\text{escudo}}$  e  $Q_{\text{placa fria}}$  são, respectivamente, as fugas de calor para o escudo de radiação e para a placa fria.

A fuga de calor do aquecedor elétrico para o escudo, considerando o escudo como um corpo negro é dada por:

$$Q_{\text{escudo}} = \pi b^2 F \varepsilon \sigma (T_{\text{aquecedor}}^4 - T_{\text{escudo}}^4) \quad (5.7)$$

onde  $b=0,012m$  é o raio,  $\varepsilon$  é a emissividade e  $T_{\text{aquecedor}}[K]$  é a temperatura da superfície do aquecedor,  $\sigma=5,67.10^{-8} W/m^2K^4$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $T_{\text{escudo}}=79K$  é a temperatura medida da superfície interna do escudo de radiação e  $F=1$  é o fator de forma entre o aquecedor e o escudo. Na pior situação, que corresponde ao nível máximo de potência testado, a temperatura da superfície do aquecedor é  $T_{\text{aquecedor}}=150K$ . A emissividade da superfície do aquecedor é sensivelmente reduzida graças ao MLI. Este cobertor consiste de folhas sobrepostas de Mylar® aluminizado, entre as quais são colocados espaçadores (telas de Nylon®) para evitar o contato, de forma que a transferência de calor entre as folhas se dá praticamente por radiação. A emissividade efetiva de uma superfície coberta com MLI pode ser calculada através da seguinte expressão (Gilmore, 1994):

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon_s} + n \left( \frac{2}{\varepsilon_m} - 1 \right) \quad (5.8)$$

onde  $n=10$  é o número de folhas de Mylar® utilizadas e  $\varepsilon_m=\varepsilon_s=0,06$  (Incropera e de Witt, 1992) são as emissividades da superfície do aquecedor (fita de alumínio) e das folhas de Mylar® aluminizado, respectivamente. Substituindo estes valores acima na Eq. (5.8), tem-se que a emissividade efetiva da superfície do aquecedor é  $\varepsilon=0,003$ . A fuga de calor para o escudo de radiação é então calculada pela Eq. (5.7) e vale  $Q_{escudo}=1,2.10^{-5}W$ . Convém ressaltar que este valor corresponde ao limite extremo, em que o escudo foi considerado um absorvedor perfeito. A potência dissipada nesta situação é de  $1,96W$ , conforme será visto no próximo capítulo. Como a fuga para o escudo de radiação representa menos de  $0,0006\%$  da potência total dissipada, ela é desprezada, e a Eq. (5.6) é reescrita como:

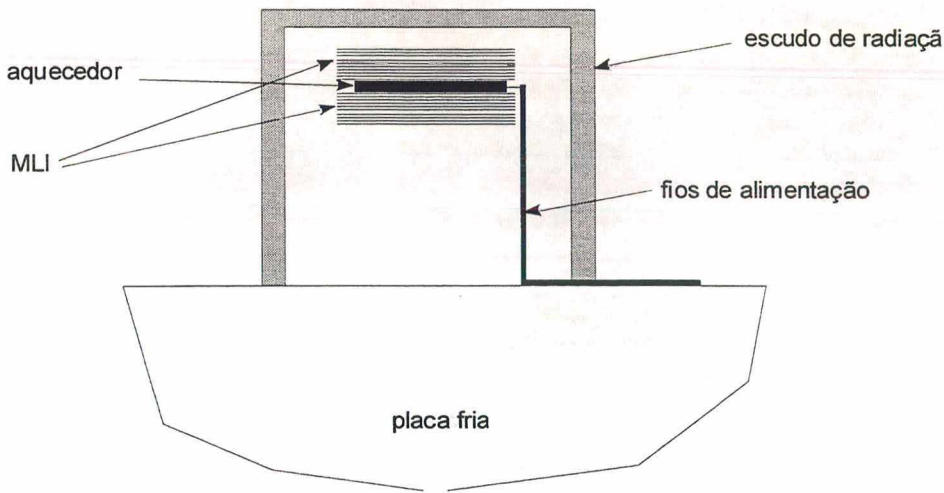
$$Q = V I - Q_{placa\ fria} \quad (5.9)$$

A fuga de calor para a placa fria  $Q_{placa\ fria}$  se dá por condução pelos fios de alimentação do aquecedor que estão aterrados termicamente à placa fria. Esta fuga pode ser calculada em função da resistência térmica global dos fios  $R_{gf}[K/W]$  e a diferença de temperatura entre o aquecedor e a placa fria  $\Delta T_{aq-p.f}[K]$  pela expressão:

$$Q_{placa\ fria} = \frac{\Delta T_{aq-p.f}}{R_{gf}} \quad (5.10)$$

A resistência global dos fios  $R_{gf}$  é estimada experimentalmente. O aquecedor é deixado apoiado pelos fios, sobre a placa fria, dentro do escudo de radiação e envolto em MLI, conforme mostra a

Fig. 5.12. Aplicando-se uma potência sobre o aquecedor, praticamente todo o calor dissipado chega à placa fria por condução pelos fios. Depois que o sistema alcança o equilíbrio térmico, é medida a diferença de temperatura entre o aquecedor e a placa fria. A resistência global dos fios de alimentação é então determinada através da razão entre a diferença de temperatura entre o aquecedor e a placa e o calor dissipado no aquecedor. Adotando este procedimento, o valor encontrado foi de  $3500 \text{ K/W}$ .



**FIGURA 5.12** – Montagem experimental para avaliação da fuga de calor do aquecedor pelos fios de alimentação.

Novamente, para a pior situação possível, a diferença de temperatura nos testes  $\Delta T_{aq-p.f}$  é de  $65 \text{ K}$ , o que, pela Eq.(5.10), representa uma fuga de calor de  $Q_{placa\ fria}=0,018 \text{ W}$ . Como este valor representa menos de  $1\%$  da potência total ( $1,96 \text{ W}$ ), ele é desprezado e finalmente a Eq.(5.9) é escrita como:

$$Q = V I \quad (5.11)$$

#### **5.4. Sumário.**

Neste capítulo, são descritas a montagem experimental e a metodologia de ensaio para medição da resistência térmica global do modelo de engenharia do diodo térmico. Cada componente da bancada é descrito em detalhes e são feitas estimativas das principais fugas de calor possíveis. Os resultados experimentais são apresentados no próximo capítulo.



## CAPÍTULO 6

### APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 6.1. Introdução.

Neste capítulo são apresentados, analisados e comparados os resultados dos modelos teóricos apresentados no Capítulo 4 e do procedimento experimental mostrado no Capítulo 5. Inicialmente é feita uma comparação entre os três modelos teóricos. Numa segunda etapa são apresentados os dados obtidos experimentalmente e, no final do capítulo, os modelos teóricos e os resultados experimentais são comparados.

#### 6.2. Comparação Entre os Modelos Teóricos.

Os modelos teóricos foram testados para um intervalo de valores da condutância de contato entre 0 e  $20.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ . O primeiro limite corresponde à situação em que o diodo está desacoplado e o segundo, às condições de montagem. As dimensões geométricas e as propriedades físicas utilizadas, são as do modelo de engenharia usado nos experimentos. A condutividade térmica do alumínio e do aço inoxidável utilizados, foram medidas, como se verá posteriormente, e apresentam valores de  $170 \text{ W/mK}$  e  $10 \text{ W/mK}$ , respectivamente.

As resistências térmicas máximas e mínimas, utilizando os valores limites de  $h_c$  (0 e  $20.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ ), foram calculadas pelos diferentes modelos e os resultados obtidos estão

apresentados na Tab. 6.1. Como se pode ver, os modelos concordam muito bem para a estimativa da resistência mínima, sendo que a maior diferença é de 0,8% entre o modelo analítico unidimensional e o modelo analítico bidimensional, cujas temperaturas de contorno são prescritas (ver Seção 4.2.2.2). Para a resistência máxima, a diferença é de 2,5% entre o modelo analítico bidimensional com condições de contorno de fluxos prescritos (Seção 4.2.2.1) e o modelo numérico. Como exposto no Capítulo 4, o modelo analítico bidimensional com temperaturas prescritas, não pode ser usado no cálculo da resistência máxima. O modelo analítico unidimensional subestima a resistência máxima em 14,1% com relação à solução numérica.

**TABELA 6.1** –Resistências máximas e mínimas segundo os modelos teóricos.

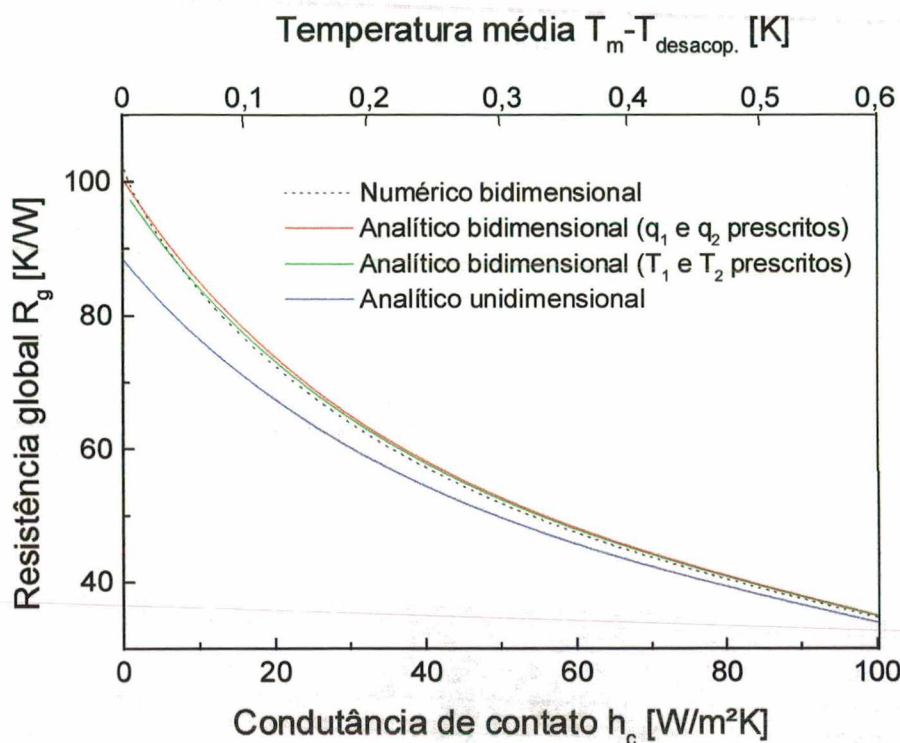
	Resistência Mínima (K/W)	Resistência Máxima (K/W)
Analítico bidimensional com fluxos de calor prescritos	4,138	100,4
Analítico bidimensional com temperaturas prescritas	4,135	
Numérico bidimensional	4,128	102,9
Analítico unidimensional	4,102	88,42

A diferença entre o resultado do modelo unidimensional e os resultados dos modelos bidimensionais na situação de desacoplamento, é devida ao fato de que todo o fluxo de calor passa pela haste do diodo. Isso provoca na porca e na cabeça do parafuso uma constrição do calor em direção à haste. Logo, há um grande fluxo de calor radial nestes dois elementos. Como o modelo analítico unidimensional considera o fluxo de calor somente na direção longitudinal, a resistência global do diodo é subestimada.

O modelo unidimensional considera que as áreas de passagem do calor na cabeça e na porca, são as respectivas áreas das seções transversais mas, na realidade, a área de passagem do calor diminui à medida que o fluxo de calor se aproxima da haste. Ou seja a área real de passagem do fluxo de calor na cabeça e na porca é um valor intermediário entre a área da seção transversal da haste e a área da seção transversal da cabeça. Este fato sugere se calcular alternativamente a resistência térmica material na cabeça e na porca, considerando a área de passagem para o fluxo de calor como sendo a mesma área da seção transversal da haste. Usando este procedimento calcula-se uma resistência térmica global do diodo na situação de desacoplamento de  $141,47 \text{ K/W}$ . Este valor é 37,5% maior que o calculado pelo modelo numérico. Uma estimativa mais coerente da resistência térmica global poderia ser uma média entre este valor e o valor mostrado na última célula da Tab. 6.1. Por exemplo, uma média harmônica destes dois valores resulta numa resistência térmica global de  $108,8 \text{ K/W}$ , que é apenas 5,7% maior que o valor calculado pelo modelo numérico.

A Fig. 6.1 mostra o comportamento dos diferentes modelos para a condutância de contato entre 0 e  $100 \text{ W/m}^2\text{K}$ , o que equivale a uma faixa de temperatura média do diodo entre 0 e  $0,6 \text{ K}$  acima da temperatura de desacoplamento. Como pode se ver nesta figura, à medida que a temperatura média do diodo cai, a condutância de contato diminui e a resistência global aumenta. À medida que a condutância de contato aumenta, a diferença do modelo unidimensional com relação aos demais, diminui. Para  $h_c = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$ , que equivale a uma temperatura média do diodo da ordem de apenas  $0,6 \text{ K}$  acima da temperatura de desacoplamento, a diferença é menor que 3% e continua a cair para valores maiores da condutância de contato. Portanto o modelo unidimensional é suficiente para calcular a resistência global do diodo em praticamente toda a faixa de temperatura entre a montagem e a operação do sensor criogênico. O uso deste modelo não é aconselhável na condição de desacoplamento.





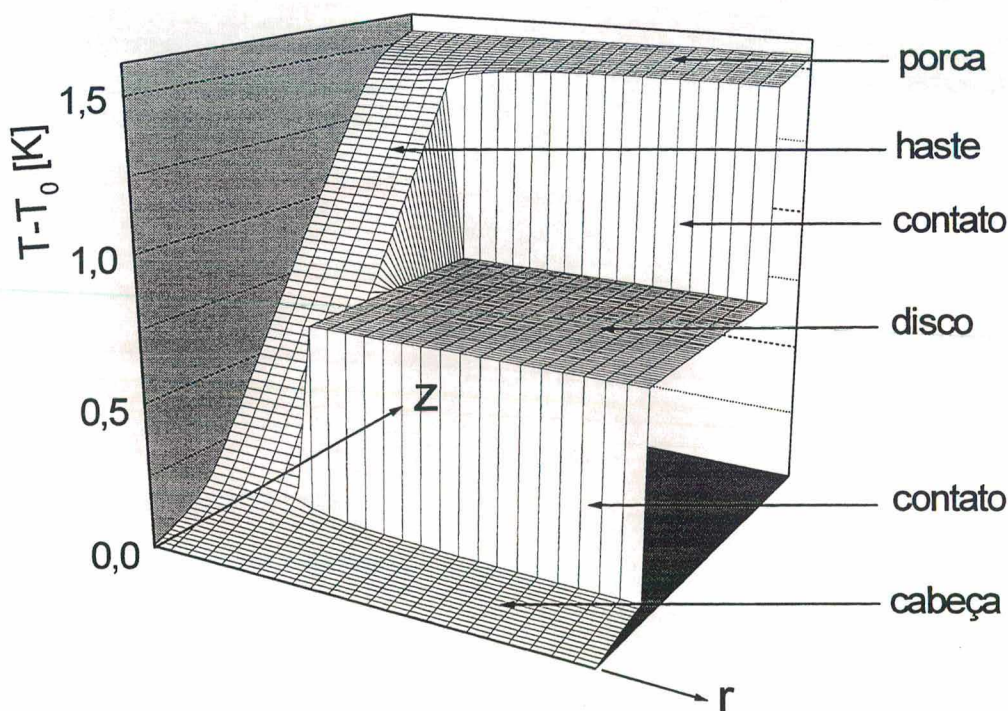
**FIGURA 6.1** – Comparação entre os modelos teóricos.

Para valores da condutância de contato maiores do que zero, a maior diferença entre os modelos bidimensionais, ocorre entre o numérico e o analítico com condições de contorno de fluxos de calor prescritos. A diferença máxima é da ordem de 2% para  $h_c = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . O modelo analítico que considera os fluxos prescritos é no máximo 1,3% maior do que o modelo que considera as temperaturas prescritas no contorno, o que indica que a escolha do tipo de condição de contorno é praticamente irrelevante para este modelo.

Os modelos analíticos bidimensionais foram implementados em computador, utilizando-se o software de manipulação matemática Maple V®. Foram utilizados os 10 primeiros termos da série de Fourier-Bessel, que representam as equações de distribuição de temperatura (Eqs. 4.9 e 4.26). Os resultados obtidos, utilizando-se os 15 primeiros termos do somatório, diferem em apenas 0,01%, mostrando que os 10 primeiros termos são suficientes.

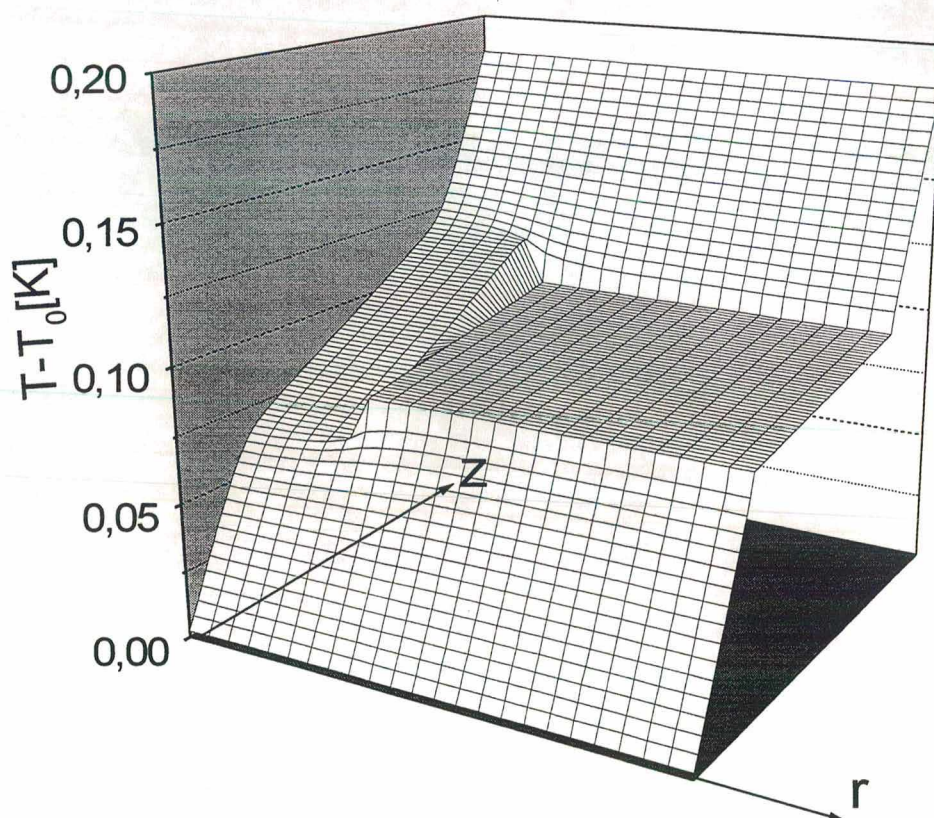


O modelo numérico bidimensional foi implementado em microcomputador em linguagem C++. O diodo foi discretizado numa malha de 24 volumes na direção radial e 80 na direção longitudinal, o que para as dimensões do diodo em estudo gera volumes de dimensões  $\Delta r = \Delta z = 0,5 \text{ mm}$ . O diodo foi considerado inicialmente a uma temperatura  $T_0 = 0$  (estimativa inicial). A Fig. 6.2 apresenta a distribuição de temperatura calculada pelo modelo numérico bidimensional para um fluxo de calor  $q = 100 \text{ W/m}^2$  e condutância de contato  $h_c = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Pode-se perceber neste gráfico quatro regiões distintas, correspondentes aos quatro elementos do diodo: a cabeça, a porca o disco e a haste. As grandes quedas de temperatura entre a cabeça e o disco e entre o disco e a porca são devidas às resistências de contato nas interfaces. Na Fig. 6.3 tem-se a distribuição de temperatura para  $h_c = 20.000 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Como pode se observar nesta figura, as quedas de temperatura nas interfaces são bastante suaves.



**FIGURA 6.2** – Distribuição de temperatura no diodo, calculada pelo modelo numérico, para  $h_c = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$  e  $q = 100 \text{ W/m}^2$ .

Analisando-se as Figs. 6.2 e 6.3, observa-se que a hipótese de fluxo unidimensional no disco e na haste, assumida nos modelos analíticos bidimensionais, é bastante razoável. A distribuição de temperatura no disco é representada por uma superfície quase plana e inclinada. Na haste, a situação é a mesma a não ser nas duas extremidades. A hipótese resistência térmica simétrica com relação à metade do comprimento do diodo também pode ser considerada satisfatória. Como percebe-se nas Figs. 6.2 e 6.3, a temperatura na metade do disco e da haste são praticamente iguais. Por este motivo, os resultados dos modelos analíticos e numérico bidimensionais, comparam muito bem entre si, como já constatado nos valores das resistências globais apresentados na Tab.6.1.



**FIGURA 6.3** – Distribuição de temperatura no diodo, calculada pelo modelo numérico, para  $h_c=20.000 \text{ W/m}^2\text{K}$  e  $q=100\text{W/m}^2$ .

Como exposto na Seção 4.2.4, o critério de convergência do modelo numérico consiste em calcular as diferenças percentuais, entre duas iterações sucessivas, em todos os pontos do domínio. Quando a maior destas diferenças for menor que o critério de convergência, a computação é interrompida. O valor utilizado para o critério de convergência é de 0,0002%. A sobre-relaxação  $w$  (Eq. 4.45) que acelera a convergência é de 1,9. Na Tab. 6.2 é mostrado como o valor da resistência térmica global e do número de iterações variam com a escolha do critério de convergência e do coeficiente de sobre-relaxação. O valor de condutância escolhido para análise foi  $h_c=100W/m^2K$ , por este ser crítico do ponto de vista da velocidade de convergência. Nesta situação, o disco está próximo do desacoplamento e a alta resistência de contato entre a porca e o disco e entre o disco e a cabeça do diodo, dificulta a difusão do calor dos volumes da cabeça e da porca em direção aos volumes do disco. Isto faz com que o número de iterações seja maior.

**TABELA 6.2** – Resistência Global [K/W]/Número de Iterações  
em função do critério de convergência e do coeficiente de sobre-relaxação.

	w=1,7	w=1,9	w=2
Critério=0,01%	22,9 / 10.000	26,3 / 8.000	diverge
Critério=0,0004%	32,6 / 48.000	34,2 / 30.000	diverge
Critério=0,0002%	33,8 / 80.000	34,7 / 46.000	diverge
Critério=0,0001%	não atinge	não atinge	diverge

Como pode-se ver na Tab.6.2, o número de iterações diminui com o aumento do coeficiente de sobre-relaxação até  $w=1,9$ . A partir deste valor a convergência não é mais

alcançada. A diminuição do valor do critério de convergência aumenta o número de iterações, porém também aumenta a precisão dos resultados, como era de se esperar. Para as condições em que foi gerada a tabela acima, os modelos analíticos bidimensionais calculam a resistência em 35,0 K/W contra 34,7K/W do modelo numérico. Valores menores que 0,0002% para o critério de convergência, não podem ser utilizados devido a erros numéricos.

O estudo do refinamento de malha é mostrado na Tab. 6.3. Assim como acontece com a diminuição do valor do critério de convergência, quanto mais refinada for a malha, maior o número de iterações. Uma maior precisão dos resultados pode ser obtida refinando-se a malha na direção *r* ou *z*, indiferentemente, como se observa na Tab. 6.3. Para  $\Delta z = \Delta r = 1mm$  o valor da resistência global é 35,1K/W. Diminuindo-se pela metade o tamanho do volume, tanto da direção *r* quanto na direção *z*, o resultado é o mesmo (34,9K/W). O comportamento do número de iterações é semelhante, embora o uso de mais elementos na direção *r* provoque um número de iterações menor para a convergência do que o uso de mais elementos em *z*.

Malhas mais refinadas que as mostradas nesta última tabela tornam o sistema de equações difícil de ser resolvido, pelo método utilizado e para a precisão desejada. Assim como a escolha do critério de convergência, a escolha do tamanho dos volumes ( $\Delta z = \Delta r = 0,5mm$ ) foi feita com base no máximo que o modelo suporta.

**TABELA 6.3** – Resistência Global [K/W]/Número de Iterações  
em função do refino de malha.

	$\Delta r = 1\text{ mm}$	$\Delta z = 0,5\text{ mm}$
$\Delta z = 1\text{ mm}$	35,1 / 16000	34,9 / 33000
$\Delta z = 0,5\text{ mm}$	34,9 / 34000	34,7 / 46000

6.3. Resultados Experimentais.

O diodo foi testado para um torque de montagem de  $3,70\pm0,01\text{ N.m}$ , que segundo a Fig. 5.11 corresponde a uma carga de compressão do disco  $C_d=1970\pm90\text{ N}$  e a uma pressão inicial de  $P_{inicial}=4,7\pm0,2\text{ MPa}$ .

As temperaturas medidas pelos termopares, localizados conforme mostrado na Fig. 5.5, são apresentados na Fig. 6.4, para sete diferentes níveis de potência do aquecedor elétrico. Em todas as curvas pode-se distinguir três patamares de temperatura, que correspondem à cabeça do diodo (termopares de 1 a 7), ao disco (termopares de 8 a 10) e à porca (termopares de 11 a 16). Observa-se que, à medida que a potência diminui, as temperaturas também diminuem.

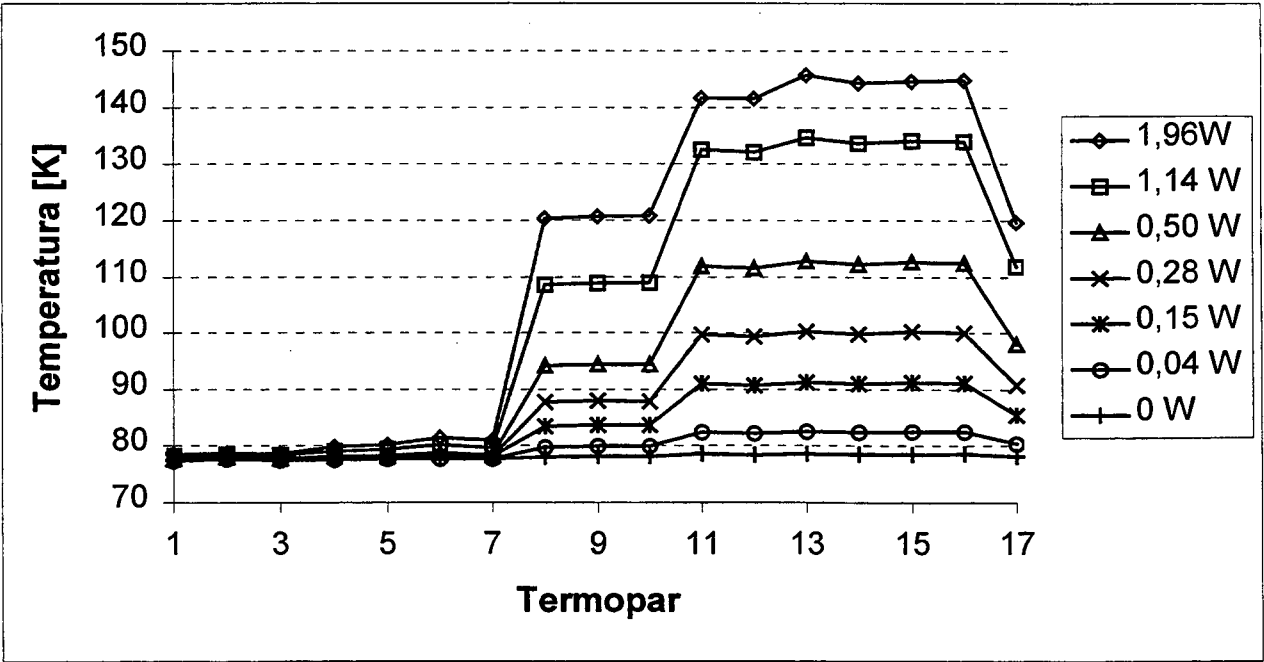


FIGURA 6.4 – Distribuições de temperaturas obtidas experimentalmente, para os diferentes níveis de potência do aquecedor.



Na Tab. 6.4 são apresentadas as temperaturas medidas por cada termopar, de acordo com a Eq.(5.1), as temperaturas médias do diodo (dada pela Eq. V.2), as resistências globais, calculadas conforme a Eq.(5.4) e as respectivas incertezas experimentais, para cada nível de potência do aquecedor. Maiores detalhes da análise da incerteza experimental são apresentados no Apêndice IV. Como pode-se constatar nas duas últimas linhas da Tab. 6.4, à medida que a temperatura média do diodo diminui, a resistência global aumenta.

**TABELA 6.4** –Temperaturas medidas, resistências globais e incertezas de medidas para cada nível de potência.

termopar	Potência do aquecedor elétrico [W]						
	1,96±0,04	1,14±0,03	0,50±0,02	0,28±0,02	0,15±0,01	0,04±0,01	0
1	78,5±0,6	78, 3±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,4±0,6	77,5±0,6
2	78,7±0,6	78,5±0,6	78,0±0,6	78,0±0,6	78,0±0,6	77,7±0,6	77,8±0,6
3	78,6±0,6	78,4±0,6	77,8±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,4±0,6	77,5±0,6
4	79,8±0,6	79,0±0,6	78,1±0,6	78,0±0,6	78,0±0,6	77,5±0,6	77,6±0,6
5	80,1±0,6	79,3±0,6	78,2±0,6	78,1±0,6	78,0±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6
6	81,4±0,6	80,1±0,6	78,7±0,6	78,4±0,6	78,2±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6
7	80,9±0,6	79,6±0,6	78,4±0,6	78,1±0,6	78,1±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6
8	120,3±0,6	108,5±0,6	94,2±0,6	87,7±0,6	83,5±0,6	79,7±0,6	78,0±0,6
9	120,6±0,6	108,8±0,6	94,4±0,6	87,9±0,6	83,7±0,6	79,9±0,6	78,1±0,6
10	120,8±0,6	108,9±0,6	94,4±0,6	87,8±0,6	83,7±0,6	79,9±0,6	78,1±0,6
11	141,6±0,6	132, 5±0,6	111,9±0,6	99,7±0,6	90,9±0,6	82,5±0,6	78,6±0,6
12	141,6±0,6	132,1±0,6	111,5±0,6	99,4±0,6	90,7±0,6	82,2±0,6	78,3±0,6
13	145,7±0,6	134,7±0,6	112, 8±0,6	100,2±0,6	91,3±0,6	82, 6±0,6	78,6±0,6
14	144,3±0,6	133,7±0,6	112,2±0,6	99,8±0,6	90,9±0,6	82,4±0,6	78,5±0,6
15	144,6±0,6	134,1±0,6	112,7±0,6	100,2±0,6	91,2±0,6	82,5±0,6	78,5±0,6
16	144,8±0,6	134,0±0,6	112,5±0,6	100,1±0,6	91,1±0,6	82,5±0,6	78,6±0,6
17	119,7±0,6	111,9±0,6	98,0±0,6	90,7±0,6	85,5±0,6	80,4±0,6	78,1±0,6
Temperatura média [K]	111,6±0,3	106,2±0,3	95,2±0,3	89,0±0,3	84,4±0,3	80,0±0,3	78,0±0,3
Resistência global [K/W]	34±1	49±1	70±3	80±6	89±6	125±34	-

Na análise teórica, foi admitido que as resistências de contato, na interface entre a porca e o disco e na interface entre o disco e a cabeça do diodo, são iguais. No entanto, observando a Fig. 6.4 percebe-se que, para a curva de potência 1,96W, a diferença de temperatura na interface

entre a porca e o disco (termopares 10 e 11) é menor que a diferença de temperatura na interface entre o disco e a cabeça do diodo (termopares 7 e 8). Como o fluxo de calor que atravessa as duas interfaces é o mesmo, conclui-se que a resistência de contato na interface entre os termopares 10 e 11 é aproximadamente 60% da resistência na interface entre os termopares 7 e 8. Para a curva de potência 1,14W esta razão é de 90% e para potências menores as diferenças entre as resistências nas duas interfaces é desprezível.

Esta constatação vem ao encontro ao trabalho apresentado por Clausing (1966). Segundo o pesquisador, para o contato entre superfícies de metais diferentes, que é o caso do diodo, o sentido do fluxo de calor afeta a resistência de contato. O autor investigou experimentalmente a influência do sentido do fluxo de calor em juntas de alumínio e aço inoxidável e percebeu que para o calor fluindo na direção do aço inox para o alumínio a resistência de contato medida é menor que a estimada por um modelo teórico desenvolvido por ele. Inversamente, quando o calor flui do alumínio para o aço inox, a resistência medida é maior do que a prevista pelo modelo. Para o diodo em estudo, na interface entre a porca e o disco, o calor flui do aço inox em direção ao alumínio e na interface entre o disco e a cabeça, o fluxo é no sentido contrário, ou seja, do alumínio para o aço inox. Acredita-se ser esta a causa da diferença mencionada nas resistências de contato nas duas interfaces.

O fenômeno físico está ligado à deformação térmica provocada pelos gradientes de temperatura nas duas peças, que têm condutividade térmica e coeficientes de expansão térmica diferentes. Isto faz com que área real de contato nos dois sentidos do fluxo de calor se torne diferente, logo a resistência de contato também. Segundo Clausing (1966), a diferença entre as resistências nos dois sentidos pode chegar a até 300%, dependendo do valor do fluxo de calor. Os resultados apresentados pelo pesquisador mencionado mostram ainda que, à medida que o fluxo de calor tende a zero, os valores das resistências medidas nos dois sentidos tendem a um único valor, que é previsto pelo modelo teórico apresentado. Isto também pode ser constatado

nas curvas de menor potência da Fig. 6.4 ( $0,5W$  e abaixo), onde não há diferença perceptível entre as resistências de contato nas duas interfaces.

Um dado experimental importante, é a estimativa da temperatura de desacoplamento do diodo. A curva de potência  $0,04W$  (na Fig. 6.4) mostra o diodo desacoplado. O desacoplamento é constatado através do tempo necessário para estabilização da temperatura do disco (termopares 8, 9 e 10), da ordem de *1 hora* a mais do que do restante do diodo. Devido à ação da gravidade, o disco fica apoiado sobre a cabeça do diodo, para a qual continua perdendo calor muito lentamente, enquanto todas as outras temperaturas se mantêm constantes. Para a curva de potência  $0,15W$ , as temperaturas estabilizaram ao mesmo tempo, indicando que o diodo ainda está acoplado. Portanto, o desacoplamento ocorre a uma temperatura intermediária às temperaturas médias das duas curvas mencionadas ( $0,04$  e  $0,15W$ ). A temperatura média do diodo no instante do desacoplamento é considerada uma média entre as temperaturas médias das duas curvas ( $80$  e  $84,4K$ , respectivamente), ou seja, aproximadamente  $82,2 \pm 2,2K$ .

#### 6.4. Propriedades Físicas e Parâmetros de Superfície do Protótipo.

Para efeito da análise comparativa entre os modelos teóricos e os resultados experimentais, que é feita na próxima seção, é necessário estimar as propriedades físicas e parâmetros superficiais do protótipo do diodo térmico. Alguns valores foram extraídos da literatura, enquanto outros foram medidos em laboratórios da Engenharia Mecânica da UFSC.

As condutividades térmicas do alumínio e do aço inoxidável foram medidas em corpos de prova cilíndricos de  $\phi 24 \times 30 \text{ mm}$ , obtidos dos mesmos tarugos utilizados na fabricação do protótipo. Os testes utilizaram a bancada descrita no capítulo anterior e as condutividades foram medidas para temperaturas médias dos corpos de prova entre  $80$  e  $110 \text{ K}$ . Acima deste intervalo,



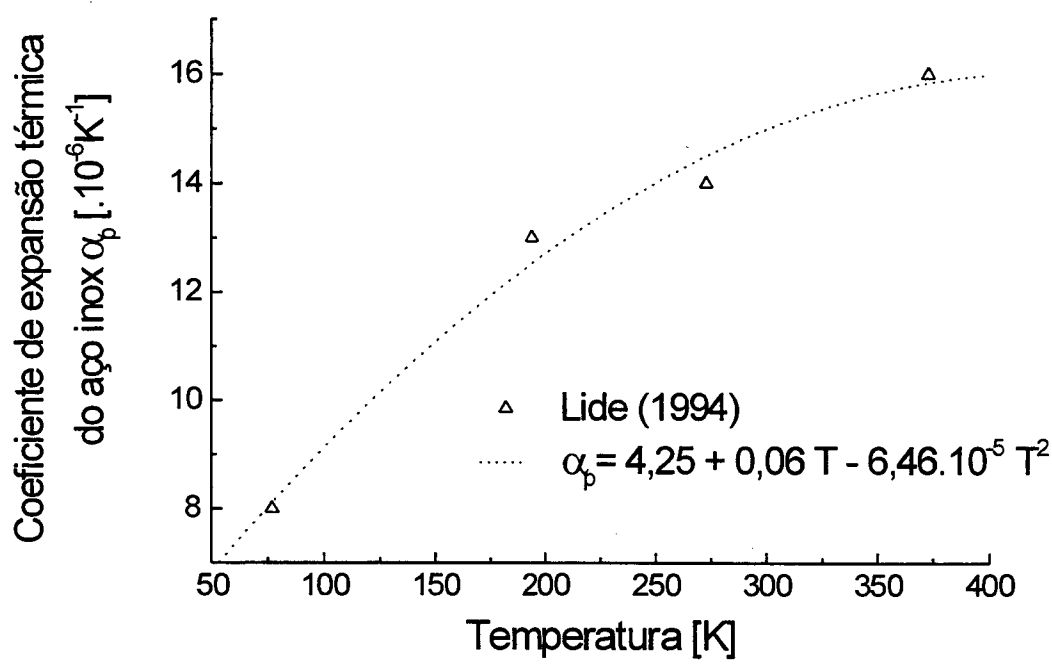
a alta temperatura atingida pelo fio do aquecedor elétrico acelera o deterioramento do isolamento elétrico. Os valores obtidos são  $10,0 \pm 0,3 \text{ W/mK}$  para o aço inoxidável e  $170 \pm 15 \text{ W/mK}$  para o alumínio. A condutividade medida do aço inoxidável concorda com o valores para outras ligas austeníticas disponíveis na literatura (Mantelli, 1995 e Lide, 1994). Segundo Callister (1994), as diferentes ligas de aço inoxidável austenítico não apresentam grandes variações nas propriedades físicas. Para o alumínio, os valores disponíveis na literatura para a condutividade térmica, a estes níveis de temperatura, varia de  $55$  a  $270 \text{ W/mK}$  (Mantelli, 1995 e Lide, 1994), dependendo da liga específica. Até para uma mesma liga existe uma divergência muito grande dos valores de condutividade térmica apresentados na literatura.

Os módulos de elasticidade do aço inoxidável austenítico e do alumínio podem ser considerados aproximadamente constantes entre a temperatura ambiente e o nível de temperatura dos testes. Eles valem aproximadamente  $200 \text{ GPa}$  para o aço inox  $73 \text{ GPa}$  para o alumínio (Mantelli, 1995 e Callister, 1994).

O coeficiente de expansão térmica do aço inoxidável, segundo Lide (1994), é mostrado na Fig. 6.5, para diferentes temperaturas. Estes valores concordam com os utilizados por Mantelli (1995). A curva pontilhada que aparece na Fig. 6.5, é a equação obtida através da regressão polinomial dos dados apresentados por Lide (1994). O coeficiente de expansão térmica médio do aço inox  $\overline{\alpha_p}$ , entre a temperatura de montagem ( $295 \pm 0,2 \text{ K}$ ) e a temperatura média em que foram feitos os testes ( $100 \text{ K}$ ), é determinado através da equação mostrada na Fig. 6.5 e da Eq. (4.57), apresentando um valor de aproximadamente  $13,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Com não se tem o valor do coeficiente de expansão térmica do alumínio, pelo desconhecimento da composição exata da liga, ele é estimado através da Eq. (4.62). Observe-se que, para a temperatura aproximada de desacoplamento, de  $82,2 \pm 2,2 \text{ K}$ , a pressão de contato é zero. A pressão inicial e a temperatura de montagem são  $P_{inicial} = 4,7 \pm 0,2 \text{ MPa}$  e  $T_{ref} = 295 \pm 0,2 \text{ K}$ ,

respectivamente. Substituindo estes valores na Eq. (4.62), o coeficiente médio de expansão térmica do alumínio é calculado em  $15,5.10^{-6} K^{-1}$ . Mantelli (1995) apresenta valores do coeficiente de expansão térmica do alumínio SAE 6061 para diversas temperaturas entre 80 e 300 K e, o valor médio, é aproximadamente  $17.10^{-6} K^{-1}$ .



**FIGURA 6.5.** Coeficiente de expansão térmica do aço inox em função da temperatura.

Os ensaios para medição de Microdureza Vickers do alumínio e do aço inoxidável foram feitos em temperatura ambiente no Laboratório de Materiais da Engenharia Mecânica da UFSC. O metal mais mole é o alumínio e os seus coeficientes de correlação de Microdureza Vickers, que aparecem na Eq. (4.52), são  $c_1=1,52.10^8$  e  $c_2=-0,1839$ .

Os parâmetros geométricos superficiais  $R_q$  e  $s$  que aparecem na Eq. (4.49) foram medidos no Laboratório de Superfícies Usinadas do GRUCON da Engenharia Mecânica da UFSC, através

de um rugosímetro. As medições foram feitas antes e depois dos testes na câmara de vácuo e não mostraram grande diferença nos valores médios. O equipamento é interligado a um computador com software específico e fornece diretamente os valores  $R_{qi}$  e  $s_i$  calculados conforme as Eqs. (4.50) e (4.51), respectivamente. Foram feitas medidas nas quatro superfícies de interesse do diodo. Como as duas superfícies do disco têm características semelhantes, os valores médios e incertezas foram calculados para as duas superfícies em conjunto. As incertezas são calculadas de acordo com a Eq. (5.3). A Tab. 6.5 mostra, na segunda e terceira colunas, os valores medidos  $R_{qi}$  e dos  $s_i$  para as três peças do diodo. As superfícies de contato do disco e da porca foram polidas com lixa 600 e depois com pasta de diamante, numa politriz giratória horizontal. A superfície de contato da cabeça do diodo foi polida em alta velocidade num torno universal com lixa 600. Apesar de a rugosidade da cabeça do diodo ser maior que a das outras peças, o modelo de Yovanovich [18] (Eq. 4.49) leva em conta a razão  $R_q/s$  (dados pelas Eqs. 4.50 e 4.51), o que significa uma condutância de contato por volta de 7% maior na interface entre a porca e o disco. Esta diferença não inviabiliza a hipótese utilizada nos modelos teóricos, de resistências térmicas iguais nas duas interfaces.

As medições de ondulação das superfícies foram feitas numa máquina de medição por coordenadas Zeiss ZMC 550 CAA do Laboratório de Metrologia da Engenharia Mecânica da UFSC. A máquina mede a diferença máxima de planicidade e os valores são apresentados na última coluna da Tab. 6.5.

**TABELA 6.5.** Rugosidade e inclinação média do perfil das superfícies medidas.

Superfície	Rugosidade $R_{qi}$ [μm]	Inclinação do perfil $s_i$ [ adimensional ]	Ondulação [μm]
Porca	$0,020\pm0,010$	$0,015\pm0,010$	$4,7\pm1,7$
Disco	$0,090\pm0,020$	$0,025\pm0,005$	$16,5\pm1,7$
Cabeça	$0,150\pm0,130$	$0,045\pm0,030$	$9,9\pm1,7$

A escolha do modelo para o cálculo da condutância de contato foi feita baseada no tipo de deformação das asperezas. Mikic (1974) propõe um critério para prever se a deformação é do tipo plástica ou elástica. O critério é definido como:

$$\gamma = \frac{H}{E' s} \quad \text{com} \quad \frac{1}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (6.1)$$

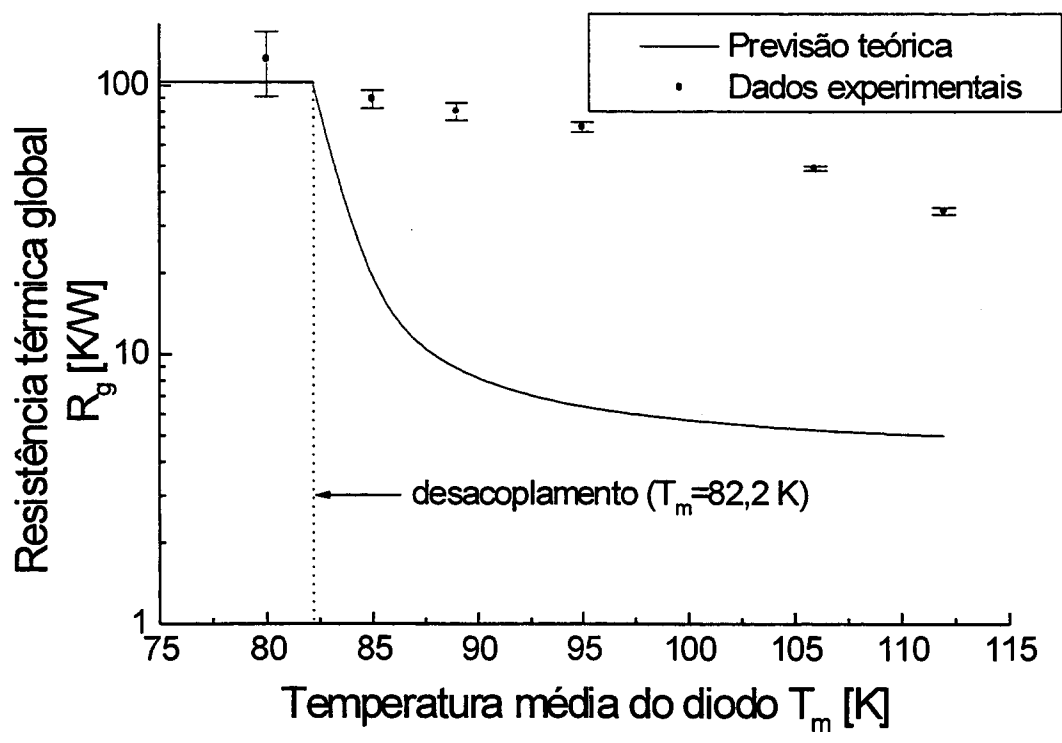
onde  $H$  é a dureza do material mais mole,  $E_1$  e  $E_2$  são os módulos de elasticidade e  $\nu_1$  e  $\nu_2$  são os coeficientes de Poisson dos dois materiais. Segundo o pesquisador, a deformação é predominantemente plástica quando  $\gamma \leq 0,33$  e predominantemente elástica para  $\gamma \geq 3$ . No intervalo entre os dois limites a deformação é parcialmente plástica e parcialmente elástica. Para o contato entre a porca e o disco, o valor de  $\gamma$  é  $0,33$  e para o contato entre o disco e a cabeça do diodo,  $\gamma = 0,59$ . No primeiro caso a deformação é predominantemente plástica, enquanto no segundo caso a deformação é elastoplástica. Como o valor está mais próximo do limite de deformação predominantemente plástica, o modelo de Yovanovich (1981) para deformação plástica das asperezas, apresentado na Seção 4.3, é utilizado nos dois contatos.

## 6.5. Comparação e Análise dos Resultados Teóricos e Experimentais.

A partir dos valores das ondulações, apresentados na última coluna da Tab. 6.5, calcula-se as ondulações combinadas das interfaces entre o disco e a porca e entre o disco e a cabeça do diodo. Para tanto, soma-se as ondulações de cada uma das superfícies destas interfaces. No contato entre o disco e a porca, a ondulação combinada é  $21,2 \pm 2,4 \mu\text{m}$  e no contato entre o disco e a cabeça do diodo, este valor é  $26,4 \pm 2,4 \mu\text{m}$ . Conforme exposto na Seção 4.3, as ondulações

fazem com que os pontos de contato não se distribuam uniformemente ao longo de toda a superfície do disco, originando a resistência de macro-construção. Não existe na literatura modelos para previsão desta resistência para geometrias semelhantes à do diodo em estudo. Portanto, a resistência de macro-construção não pode ser estimada e a previsão teórica da resistência térmica de contato leva em conta somente a resistência de micro-construção, calculada pelo modelo de Yovanovich (1981).

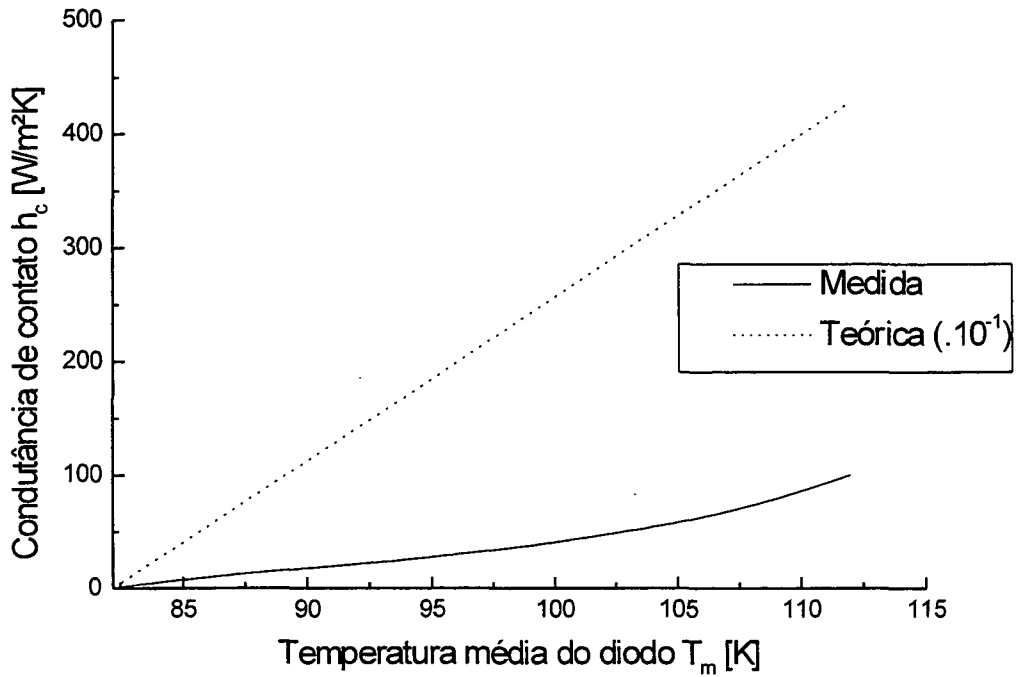
A Fig. 6.6 mostra uma comparação entre os valores medidos da resistência global do protótipo e a previsão teórica. Para a condição de desacoplamento, a resistência global medida é 25% maior que a prevista teoricamente. Para temperaturas acima da de desacoplamento ( $T_m \geq 82,2K$ ), as diferenças crescem. O valor medido chega a ser 11 vezes maior que o calculado teoricamente para a temperatura média do diodo  $T_m=95,2K$ .



**FIGURA 6.6** – Comparação entre os dados experimentais e a previsão teórica da resistência térmica global em função da temperatura média do diodo.

A grande diferença observada na Fig. 6.6 para temperaturas acima da de desacoplamento ( $T_m > 82,2K$ ) pode ser atribuída a vários fatores. O principal deles é a parcela da resistência de macro-construção, que não é computada nos modelos teóricos. Segundo Yovanovich (1984), uma ondulação de  $1,5\mu m$  já é suficiente para que a transferência de calor seja governada pela resistência de macro-construção. Segundo o autor, esta parcela cresce ainda mais com o aumento da diferença de planicidade. O pesquisador comenta ainda que para baixas pressões de contato e superfícies muito polidas, que é o caso do diodo em consideração, o efeito da rugosidade pode até ser desprezado em comparação com o efeito da diferença de planicidade. Consideração equivalente é feita por Clausing (1966) quando estuda o contato de superfícies com diferenças de planicidade da ordem de  $5\mu m$ . O autor simplesmente desconsidera a resistência de micro-construção e propõe um modelo para a resistência de contato que leva em conta somente o efeito da não-planicidade. O modelo de macro-construção apresentado por Clausing (1966) não pode ser aplicado para o diodo térmico em estudo porque foi desenvolvido para o contato de superfícies esféricas. Outros modelos, como o apresentado por Lambert e Fletcher (1997), também foram desenvolvidos para este tipo de geometria. O furo central do disco e a haste do parafuso inviabilizam a aplicação dos modelos dos pesquisadores citados.

Para que a curva teórica se ajustasse aos dados experimentais, seria necessário uma resistência térmica de contato 40 a 80 vezes maior que a prevista pelo modelo de Yovanovich (1981), conforme o gráfico comparativo entre os valores teóricos e medidos da condutância de contato em função da temperatura média do diodo mostrado na Fig. 6.7. Se o efeito da resistência de micro-construção pode ser desprezado em comparação ao efeito da resistência de macro-construção, como exposto por Yovanovich (1984) e Clausing (1966), é provável que a resistência de macro-construção seja responsável pela maior parte da diferença entre a curva teórica e os resultados experimentais mostrados na Fig. 6.6.



**FIGURA 6.7** – Comparação entre os dados experimentais e a previsão teórica da condutância de contato em função da temperatura média do diodo.

Além disso, a falta de planicidade introduz grandes erros no modelo de cálculo da pressão de contato. Relembrando a hipótese assumida na análise termoelástica (Seção 4.4), a pressão foi suposta uniforme ao longo de toda a seção transversal do disco. Para que esta hipótese corresponda à realidade, é necessário que a porca e a cabeça do diodo sejam suficientemente rígidas e que as superfícies de contato sejam perfeitamente planas. Este último requisito não é satisfeito pelo diodo construído, o que faz com que a pressão de contato se concentre numa pequena região. Na maior parte da área aparente de contato, a pressão é zero ou bem próximo disso, principalmente para temperaturas próximas à de desacoplamento.

Um fato que confirma as observações anteriores é que no desacoplamento, quando a condutância de contato é zero, o modelo teórico consegue prever com boa precisão os resultados



experimentais. A diferença de 25% entre os valores medidos e calculados nesta condição é satisfatória, considerando-se a simplificação imposta à rosca (contato perfeito). Para o desacoplamento, a resistência térmica de contato na rosca representa uma parcela especialmente grande, uma vez que a pressão de contato nos filetes é praticamente zero e todo o fluxo de calor tem que passar pela rosca. Como exposto anteriormente, não existe na literatura estudos sobre a condutância de contato para a geometria da rosca.

Outro aspecto, de menor grau de importância, está associado às diferenças entre os resultados previstos e medidos da resistência global do diodo. A dureza do alumínio é aumentada em cerca de 25% entre a temperatura ambiente, onde foram feitas as medidas de microdureza, e a temperatura média dos testes. Isto faz com que a condutância, nas condições em que foram feitos os testes, seja aproximadamente 25% menor que prevista teoricamente.

## 6.6. Conclusão.

Talvez a maior lição aprendida no trabalho experimental seja que as superfícies de contato térmico devem ser criteriosamente qualificados para que o diodo proposto se comporte mais próximo da maneira prevista. Superfícies de contato mais planas provocariam um desacoplamento mais brusco do diodo, como mostra a curva teórica da Fig. 6.6. Nos resultados experimentais mostrados nesta figura, o desacoplamento é suavizado devido à ondulação das superfícies. Para uma melhor comparação entre os resultados teóricos e experimentais obtidos neste trabalho, modelos de macro-construção poderiam ser desenvolvidos e adicionados em série ao modelo de micro-construção (Yovanovich, 1981). Para trabalhos futuros, recomenda-se melhor controle das superfícies de contato.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

#### 7.1. Sumário.

Uma nova concepção de um diodo térmico bimetalico de atuação passiva é apresentada. O diodo térmico foi concebido para acoplar sensores de radiação criogênicos à estrutura do satélite e minimizar a transferência de calor entre os dois. O dispositivo consiste de um parafuso de aço inoxidável de cabeça e porca cilíndricas, que mantêm um disco de alumínio sob compressão. A cabeça do diodo é fixa no sensor criogênico e a porca é presa à estrutura do satélite. Assim o sensor está firmemente fixo à estrutura do satélite e o conjunto resiste às acelerações do lançamento e das transferências de órbitas intermediárias. Com o satélite em órbita definitiva, o sensor e o diodo são resfriados a temperaturas criogênicas. Durante o resfriamento, a diferença entre as contrações térmicas do disco de alumínio e do parafuso de aço inoxidável faz com que a pressão de contato do disco diminua até promover o desacoplamento completo do disco. Nesta condição, o diodo apresenta uma alta resistência térmica global, isolando o sensor do calor vindo da estrutura do satélite.

O comportamento da resistência térmica global do diodo térmico em função da sua temperatura média é estudado teórica e experimentalmente. São desenvolvidos quatro modelos teóricos para calcular a resistência térmica global do diodo: dois modelos analíticos bidimensionais, um modelo analítico unidimensional e um modelo numérico bidimensional. Os modelos bidimensionais concordam dentro de uma faixa de no máximo 2,5% de diferença. O

modelo unidimensional subestima a resistência global máxima (de desacoplamento) em 14,1% com relação ao modelo numérico e esta é a maior diferença. Para um valor da condutância de contato entre o parafuso e o disco da ordem de  $100 \text{ W/m}^2\text{K}$ , que corresponde a uma temperatura média aproximadamente  $0,6\text{K}$  acima da temperatura de desacoplamento, a diferença entre o modelo unidimensional e os modelos bidimensionais é menor que 3%. Portanto o modelo unidimensional é indicado para toda a faixa de temperatura de operação do diodo, com exceção da temperatura de desacoplamento. Nesta situação o modelo analítico é mais indicado por ser de mais rápido manuseio que o modelo numérico. A razão entre as resistências máxima e mínima, correspondentes aos valores limites da condutância de contato, para as dimensões geométricas estudadas, é da ordem de 25.

A condutância de contato entre o disco e o parafuso é calculada pelo modelo plástico proposto por Yovanovich (1981). Este modelo requer como dado de entrada a pressão de contato. A pressão, por sua vez é estimada através de um modelo que considera a porca e a cabeça do diodo infinitamente rígidos e as superfícies de contato perfeitamente planas.

Um aparato experimental é descrito, no qual foram obtidas medidas da resistência térmica global de um protótipo do diodo térmico em estudo. As medições foram feitas em ambiente de vácuo e a temperaturas criogênicas (entre  $80$  e  $150\text{K}$ ). O valor medido da resistência de desacoplamento é 25% maior que o previsto teoricamente. Esta diferença é devida principalmente à resistência de contato na rosca entre a porca e a haste do diodo, que não é computada teoricamente. Para temperaturas superiores à de desacoplamento, a resistência medida chega a ser 11 vezes maior que a calculada teoricamente. Acredita-se que a falta de planicidade das superfícies de contato do protótipo seja responsável pela maior parte desta diferença, por introduzir uma resistência de macro-constricção. Os modelos para o cálculo da resistência de macro-constricção disponíveis na literatura não se adaptam à geometria do diodo, por isso ela não pode ser considerada nos modelos teóricos.

O diodo térmico apresentado neste trabalho se encontra em fase inicial de desenvolvimento. O objetivo deste trabalho é demonstrar que a concepção é tecnicamente viável e apresentar os resultados dos primeiros estudos teóricos e experimentais. Tal objetivo foi plenamente atingido, uma vez que, no desacoplamento, a resistência térmica global foi muito superior à condição de acoplamento. Muito trabalho será preciso para responder às questões levantadas durante o desenvolvimento deste dispositivo e qualificar o diodo proposto para vôos em satélites.

## **7.2. Contribuições do Presente Trabalho.**

O novo diodo térmico apresentado é de construção mais simples e econômica que os demais conhecidos da literatura. Além de permitir o fluxo de calor de maneira seletiva, tem uma segunda função, que é servir de vínculo mecânico entre o sensor e a estrutura do satélite. Os diodos térmicos desenvolvidos por outros pesquisadores não têm preocupação com a rigidez estrutural.

Os modelos analíticos bidimensionais, apresentados neste trabalho, resolvem de maneira inédita um problema de condução de calor bidimensional, com vários domínios acoplados e com condições de contorno não homogêneas. Apesar de considerar o fluxo unidimensional em parte dos domínios, o resultado final concordou muito bem com o modelo numérico bidimensional apresentado.

### 7.3. Recomendações para Trabalhos Futuros.

Muitas são as recomendações para a continuidade deste trabalho. O processo de fabricação do diodo deve ser melhor controlado para que se possa obter superfícies de contato com ondulações menores que  $1\mu m$ . Desta forma, os modelos de condutância de contato disponíveis na literatura ofereceriam uma maior precisão. Uma alternativa seria utilizar retificadoras de alta precisão. Sugere-se também o estudo do efeito direcional do fluxo de calor no contato alumínio-aço inox para o tipo específico de geometria do diodo.

Um estudo mais aprofundado sobre a condutância de contato entre o disco e o parafuso também é necessário, já que a condutância de contato se revelou ser um parâmetro crítico. Um modelo para a resistência de macro-constricção de que se adaptasse ao tipo de geometria do diodo seria muito útil.

O modelo para cálculo da pressão de contato em função da temperatura média do diodo poderia ser testado experimentalmente, montando a célula de carga num protótipo modificado do diodo em estudo. Desta forma, a pressão de contato poderia ser medida para vários níveis de temperaturas.

Um modelo teórico para cálculo da distribuição de pressão ao longo de toda a seção de contato aumentaria a precisão do cálculo da condutância de contato. O emprego da metodologia numérica pode ser uma boa alternativa, ante à dificuldade da obtenção de uma solução analítica. A distribuição de pressão poderia também medida no protótipo do diodo através de filmes sensíveis à pressão.

A resistência de contato da rosca é um parâmetro que também precisa de pesquisa. Nenhum estudo acerca da resistência de contato em roscas está disponível atualmente. Dados experimentais poderiam ser obtidos a partir da montagem experimental descrita neste trabalho,

com algumas variações. Os modelos teóricos também podem ser adaptados para levar em conta o efeito da rosca.

Finalmente, recomenda-se fortemente o estudo do comportamento transiente do diodo, para as condições térmicas variáveis de uma órbita do satélite.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aron, W. and Colombo, G, "Controlling Factors of Thermal Conductance Across Bolted Joints in a Vacuum Environment", *ASME Publication 63-WA-196*, 1963.

Arpaci, V. S., *Conduction Heat Transfer*, Addison-Wesley Publishing Company, 1966.

Barron, R., *Cryogenic Systems*, 2ª Edição, Clarendon Press, Oxford, 1985.

Callister Jr., D., *Material Science and Engineering -An Introduction*, John Wiley & Sons, 1994.

Clausing, A. M., "Heat Transfer at the Interface of Dissimilar Materials-The Influence of the Thermal Strain", *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 9, pp. 791-801, Pergamon Press, 1966.

Cooper, M. G., Mikic, B. B. and Yovanovich, M. M., "Thermal Contact Conductance", *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol.12, pp. 279-300, 1969.

Couto, P. e Mantelli, M. B. H., "Sistemas Criogênicos para Aplicações Espaciais", 7º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Rio de Janeiro, 1998.

Elliott, D. H., "Thermal Conduction Across Aluminum Bolted Joints", *ASME Publication 65-HT-53*, 1965.



Frank, D. J. and Nast, T. C., "Getter-Activated Cryogenic Thermal Switch", *Proceedings on Cryogenic Engineering Conference Cambridge*, pp. 933-940, 1985.

Fried, E. and Atkins, H. L., "Interface Thermal Conductance in a Vacuum", *Engineering Notes*, Vol. 2, No. 4, pp. 591-593, 1965.

Fried, E. and Costello, F. A., "Interface Thermal Contact Resistance Problem in Space Vehicles", *ARS Journal*, pp.237-243, 1961.

Gilmore, D., *Satellite Thermal Control Handbook*, The Aerospace Corporation Press, El Segundo, California, 1994.

Greenwood, J. A., "The Elastic Stresses Producted in the Mid-Plane of a Slab by Pressures Applied Symmetrically at its Surface", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, pp. 159-169, 1964.

Greenwood, J. A., and Williamson, J. B. P., "Contact of Nominally Flat Surfaces", *Proceedings Royal Soc. of London*, 1966.

Holman, J. P., *Experimental Methods for Engineers*, 6<sup>a</sup> Edição, Ed. McGraw-Hill, Singapura, 1994.

Incropera, F. P. e de Witt, D. P., *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*, Ed. Guanabara Koogan 3<sup>a</sup> Edição, 1992.

Katwijk, K. and Bennet, J. K., "Thermal Effects on Structural Design", *Proceedings of Spacecraft Thermal & Environmental Control Systems Symposium*, Munich, 1978.

Lambert, M. A. and Fletcher, L. S., "Design Graphs for Contact Conductance of Metals", *32<sup>nd</sup> Thermophysics Conference, AIAA 97-2462*, 1997.

Lardner, T. J., "Stresses in a Thick Plate With Axially Symmetric Loading", *Journal of Applied Mechanics*, pp. 458-459, 1965.

Lide, D. R., *Handbook of Chemistry and Physics*, 74<sup>th</sup> Edição, CRC Press, 1994.

Maddren, J. and Marschall, E., "Predicting Thermal Contact Resistance at Cryogenic Temperatures for Spacecraft Applications", *AIAA 28<sup>th</sup> Thermophysics Conference*, Orlando, FL, 1993.

Maliska, C. R., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., RJ, 1995.

Mantelli, M. B. H., "Overall Thermal Resistance of Bolted Joints: Models With Experimental Verification", Tese de Ph. D., Universidade de Waterloo, Ontario Canada, 1995.

Mantelli, M. B. H., Sridhar, M. R. and Yovanovich, M. M., "Influence of the Elastic and Plastic Contact Models on the Overall Thermal Resistance of Bolted Joints", *11<sup>th</sup> Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management*, San Jose, California, EUA, 1995.

Mantelli, M. B. H., and Yovanovich, M. M., "Parametric Study of Bolted Joints", *American Institute for Aeronautics and Astronautics Inc.*, 1997.

Mantelli, M. B. H. and Yovanovich, M. M., "Compact Analytical Model for Overall Thermal Resistance of Bolted Joints", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, No. 10, pp. 1255-1266, 1998.

Marotta, E. E. and Fletcher, L. S., "Thermal Contact Conductance for Aluminum and Stainless Steel Contacts", *7<sup>th</sup> AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference-Albuquerque NM*, AIAA 98-2758, 1998.

Mikic, B. B., "Thermal Contact Conductance; Theoretical Considerations", *Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 17, pp. 205-214, Pergamon Press, 1974.

Milanez, F. H. e Mantelli, M. B. H., "Modelamento Analítico e Numérico de um Diodo Térmico para Aplicações Espaciais", *7<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, Rio de Janeiro*, 1998.

Milanez, F. H. and Mantelli, M. B. H., "A New Passive Heat Switch Conception For Space Applications", *33<sup>TH</sup> National Heat Transfer Conference, Albuquerque, NM*, 1999.

Naes, L. and Nast, T., "A Self Actuated Thermal Switch for Operation with Redundant Mechanical Refrigerators", *Proceedings on Cryogenic Engineering Conference Cambridge*, pp. 925-932, 1985.

Nast, T., Bell, G. and Barnes, C., "Development of Gas Gap Cryogenic Thermal Switch", *Advances in Cryogenic Engineering* Vol. 27, Plenum Press, New York, pp. 1117-1124, 1982.

Nelson, C. W., "Further Consideration of the Thick-Plate Problem With Axially Symmetric Loading", *Journal of Applied Mechanics*, pp. 91-98, 1962.

Peterson, G. P., *An introduction to Heat Pipes—Modeling, Testing and Application*, John Wiley & Sons, N. Y, 1994.

Song, S. and Yovanovich, M. M., "Relative Contact Pressure: Dependence on Surface Roughness and Vickers Microhardness", *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.2, No. 4, pp. 633-640, 1988.

Thornton, E. A., *Thermal Structures for Aerospace Applications*, Ed. AIAA, Reston, Virginia, 1996.

Van Oost, S., Bekaert, G., Bhatti, R. S., Scull, S. and Jewell, C., "A Heat Switch for Space Cryocooler Applications", *Proceedings of the 4<sup>th</sup> European Symposium on Space Environmental and Control Systems*, pp. 209-216, 1991.

Veilleux, E. and Mark, M., "Thermal Resistance of Bolted or Screwed Sheet Metal Joints in a Vacuum", *Engineering Notes*, Vol. 6, No. 3, pp. 339-342, 1968.

Yovanovich, M. M. *Thermal Contact Conductance: Theory and Applications*, Apostila da Disciplina Transferência de Calor da Engenharia Mecânica da Universidade de Waterloo, 1984.

Yovanovich, M. M., "Thermal Contact Correlations", *Spacecraft Radiative Heat Transfer and Temperature Control*, Edited by T. E. Horton, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol.83, NY, 1981.

Yovanovich, M. M., "Recent Developments in the Thermal Contact, Gap and Joint Conductance Theories and Experiment", *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference*, San Francisco, CA, pp. 35-45, 1986.

## APÊNDICE I

### CAMPO DE TEMPERATURA NA CABEÇA DO DIODO: CONDIÇÕES DE CONTORNO DE FLUXOS DE CALOR PRESCRITOS

O campo de temperatura em regime permanente na cabeça do diodo é obtido resolvendo a equação de Laplace (Eq. 4.5) aqui reescrita:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4.5)$$

satisfazendo às condições de contorno, Eqs. (4.6) a (4.8), aqui também reescritas:

$$k_p \frac{\partial T}{\partial z} = \begin{cases} q_1 & 0 \leq r \leq a \\ q_2 & a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z = d \quad (4.6)$$

$$T = T_0 \quad \text{em } z = 0 \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0 \text{ e em } r = b \quad (4.8)$$

A condição de contorno Eq. (4.7) pode ser tornada homogênea mediante a transformação de variáveis  $\theta = T - T_0$ . Com isso as Eqs. (4.6) a (4.8) são reescritas da forma:

$$k_p \frac{\partial \theta}{\partial z} = \begin{cases} q_1 & 0 \leq r \leq a \\ q_2 & a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z = d \quad (\text{I.1})$$

$$\theta = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad (\text{I.2})$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r = 0 \text{ e em } r = b \quad (\text{I.3})$$

e a equação de Laplace, se apresenta da seguinte maneira:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{I.4})$$

O problema definido pelas Eqs. (I.1) a (I.4) é resolvido pelo método de separação das variáveis.

Basicamente, procura-se por uma função solução  $\theta(r, z)$  que tenha a forma do produto de duas funções  $R(r)$  e  $Z(z)$ , ou seja:

$$\theta(r, z) = R(r) Z(z) \quad (\text{I.5})$$

Substituindo-se esta equação na Eq. (I.4) e dividindo-a por  $R(r)Z(z)$  tem-se:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dR}{dr} \right) = - \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} \quad (\text{I.6})$$

A igualdade acima é sempre válida, para quaisquer valores de  $r$  e  $z$ , logo, pode-se dizer que a equação acima é igual a uma constante qualquer, como por exemplo,  $-\lambda^2$ . Desta forma a equação



diferencial parcial, dada pela Eq. (I.4), reduz-se a um sistema de duas equações diferenciais ordinárias:

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dR}{dr} \right) + \lambda^2 R r = 0 \quad (\text{I.7})$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} - \lambda^2 Z = 0 \quad (\text{I.8})$$

e as condições de contorno, dadas pelas Eqs. (I.2) e (I.3), são reescritas da forma:

$$Z = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{dR}{dr} = 0 \quad \text{em } r = 0 \text{ e em } r = b \quad (\text{I.10})$$

A solução do problema de valor característico, dado pelas Eqs. (I.7) e (I.10), é dado por:

$$R_n(r) = A_n J_0(\lambda_n r), \quad \text{com } \lambda_n \text{ as raízes de } J_1(\lambda_n b) = 0 \quad (\text{I.11})$$

onde  $J_0$  e  $J_1$  são funções de Bessel de primeira espécie, de ordem 0 e 1 e  $A_n$  são constantes arbitrárias. Por outro lado, a solução das Eqs. (I.8) e (I.9), tem a forma:

$$Z_n(z) = B_n \sinh(\lambda_n z) \quad (\text{I.12})$$

onde  $B_n$  também são constantes arbitrárias. Substituindo as duas últimas expressões na Eq. (I.5) tem-se:

$$\theta_n(r, z) = C_n J_0(\lambda_n r) \sinh(\lambda_n z), \quad \text{com } \lambda_n \text{ as raízes de } J_1(\lambda_n b) = 0 \quad (\text{I.13})$$

onde  $C_n = A_n B_n$ . A equação acima satisfaz a equação diferencial Eq. (I.4) e as condições de contorno Eqs. (I.2) e (I.3) para qualquer valor inteiro de  $n$ . O somatório de todos os  $\theta_n(r, z)$  possíveis, ou seja:

$$\theta(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_0(\lambda_n r) \sinh(\lambda_n z), \quad \text{com } \lambda_n \text{ as raízes de } J_1(\lambda_n b) = 0 \quad (\text{I.14})$$

também satisfaz às Eqs. (I.2) a (I.4). Substituindo a expressão acima na última condição de contorno a ser satisfeita (Eq. I.1), obtém-se:

$$k_p \sum_{n=0}^{\infty} C_n \lambda_n J_0(\lambda_n r) \cosh(\lambda_n d) = \begin{cases} q_1 & 0 \leq r \leq a \\ q_2 & a \leq r \leq b \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

O lado esquerdo da igualdade acima é a expansão em série de Fourier-Bessel da função escrita no lado direito. Os valores das constantes arbitrárias  $C_n$  são avaliadas multiplicando ambos os lados da igualdade por  $J_0(\lambda_n r)$  e pela função peso  $r$  e integrando na direção  $r$ , de 0 a  $b$ , o que resulta em:

$$C_n = \frac{2a J_1(\lambda_n a) (q_1 - q_2)}{b^2 k_p \lambda_n^2 \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \quad (\text{I.16})$$

Substituindo-se esta última expressão na Eq. (I.14) e a expressão resultante na transformação inversa  $T = \theta + T_0$ , para retornar à variável de temperatura original, tem-se a equação de distribuição de temperatura na cabeça do parafuso:

$$T(r, z) = T_0 + \frac{z}{k_p} \left[ \frac{a^2}{b^2} q_1 + \left( 1 - \frac{a^2}{b^2} \right) q_2 \right] + \frac{2a}{k_p b^2} (q_1 - q_2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_n r) \sinh(\lambda_n z)}{\lambda_n^2 J_0^2(\lambda_n b) \cosh(\lambda_n d)} J_1(\lambda_n a) \quad (4.9)$$

Uma apresentação mais detalhada do embasamento matemático do método de separação de variáveis, pode ser encontrada em Arpaci (1966).

## APÊNDICE II

### CAMPO DE TEMPERATURA NA CABEÇA DO DIODO : CONDIÇÕES DE CONTORNO DE TEMPERATURAS PRESCRITAS.

Em regime permanente, o campo de temperatura na cabeça do diodo é governado pela equação de Laplace (Eq. 4.5) aqui reescrita:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (4.5)$$

As condições de contorno do problema são:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r=0 \text{ e em } r=b \quad (4.8)$$

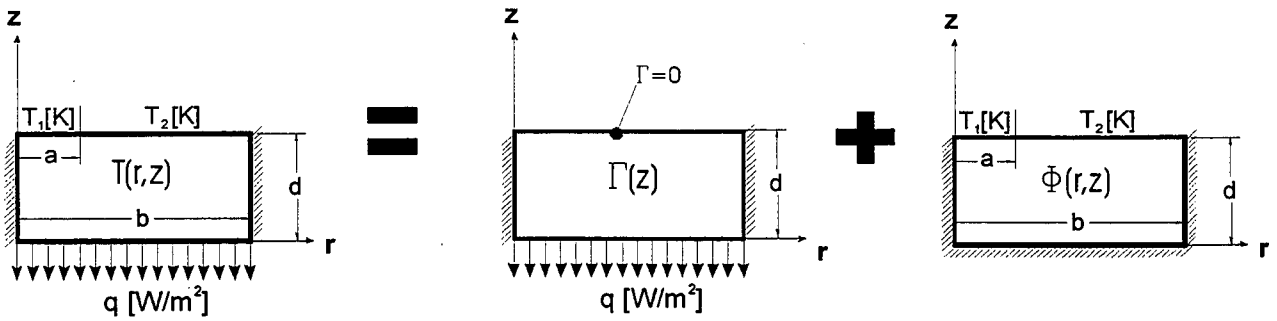
$$T = \begin{cases} T_1 & \text{para } 0 \leq r \leq a \\ T_2 & \text{para } a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z=d \quad (4.24)$$

$$-k_p \frac{\partial T}{\partial z} = -q \quad \text{em } z=0 \quad (4.25)$$

Observando-se as Eqs. (4.24) e (4.25), percebe-se que nenhuma das condições de contorno é homogênea na direção  $z$ . Para aplicar método de separação de variáveis apenas uma condição de contorno não-homogênea pode existir. Esta dificuldade pode ser contornada usando o princípio da superposição (Arpaci, 1966). O problema é dividido em dois sub-problemas, cujas soluções

somadas remontam o problema original. A Fig. II.1 mostra como o problema original é desmembrado num problema unidimensional e num bidimensional. Cada problema tem agora somente uma não-homogeneidade nas condições de contorno. O campo de temperaturas na cabeça do diodo  $T(r,z)$  é dado por:

$$T(r,z) = \Gamma(z) + \Phi(r,z) \quad (\text{II.1})$$



**FIGURA II.1** – Aplicação do princípio da superposição na divisão do problema.

As condições de contorno para o problema unidimensional  $\Gamma(z)$  são dadas por:

$$k_p \frac{d\Gamma}{dz} = q \quad \text{em } z = 0 \quad (\text{II.2})$$

$$\Gamma = 0 \quad \text{em } z = d \quad (\text{II.3})$$

Para o campo unidimensional  $\Gamma(z)$ , a equação de Laplace pode ser escrita como:

$$\frac{d^2\Gamma}{dz^2} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Integrando-se a equação acima, com relação a  $z$ , uma vez tem-se:

$$\frac{d\Gamma}{dz} = c_1 \quad (\text{II.5})$$

onde  $c_1$  é uma constante. O seu valor é calculado substituindo-se esta última expressão na condição de contorno dada pela Eq. (II.2), o que resulta em:

$$c_1 = \frac{q}{k_p} \quad (\text{II.6})$$

substituindo-se este valor de volta na Eq. (II.5) e integrando-a mais uma vez com relação a  $z$ , tem-se:

$$\Gamma(z) = \frac{q}{k_p} z + c_2 \quad (\text{II.7})$$

onde  $c_2$  é mais uma constante. O seu valor é calculado aplicando a segunda condição de contorno do problema Eq. (II.3), o que resulta em:

$$c_2 = -\frac{q}{k_p} d \quad (\text{II.8})$$

Substituindo este valor de volta na Eq. (II.7) tem-se a distribuição de temperatura da parte unidimensional do problema:

$$\Gamma(z) = \frac{q}{k_p}(z - d) \quad (\text{II.9})$$

Para a parte bidimensional do problema ( $\Phi(r, z)$ ), a equação de Laplace é escrita como:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.10})$$

e as condições de contorno dadas por (conforme a Fig. II.1):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad \text{em } r=0 \text{ e em } r=b \quad (\text{II.11})$$

$$\Phi = \begin{cases} T_1 & \text{para } 0 \leq r \leq a \\ T_2 & \text{para } a \leq r \leq b \end{cases} \quad \text{em } z=d \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z=0 \quad (\text{II.13})$$

Semelhante à solução descrita no Apêndice I, a solução do problema descrito pelas Eqs. (III.10) a (II.13) é obtida pelo método de separação de variáveis. Procura-se uma função solução do tipo:

$$\Phi(r, z) = R(r)Z(z) \quad (\text{II.14})$$



Na direção  $r$  a situação é a mesma tratada no Apêndice I. A função  $R(r)$  é dada pela Eq. (I.11), ou seja:

$$R_n(r) = A_n J_0(\lambda_n r), \quad \text{com } \lambda_n \text{ as raízes de } J_1(\lambda_n b) = 0 \quad (\text{II.15})$$

A equação diferencial, na direção  $z$ , é a dada pela Eq. (I.8), aqui reescrita:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} - \lambda^2 Z = 0 \quad (\text{I.8})$$

e está submetida à seguinte condição de contorno homogênea:

$$\frac{dZ}{dz} = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad (\text{II.16})$$

obtida a partir da Eq. (II.13). A solução geral das duas últimas equações é dada por:

$$Z_n(z) = B_n \cosh(\lambda_n z) \quad (\text{II.17})$$

As Eqs. (II.17) e (II.15) são substituídas na Eq. (II.14) para obter as funções solução  $\Phi_n(r, z)$ . O somatório de todas as possíveis funções solução é dado pela seguinte expressão :

$$\Phi(r, z) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n J_0(\lambda_n r) \cosh(\lambda_n z), \quad \text{com } \lambda_n \text{ as raízes de } J_1(\lambda_n b) = 0 \quad (\text{II.18})$$

Aplicando a condição de contorno não-homogênea (Eq. (II.12)) à equação geral acima, obtém-se:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n J_0(\lambda_n r) \cosh(\lambda_n d) = \begin{cases} T_1 & 0 \leq r \leq a \\ T_2 & a \leq r \leq b \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

e os valores das constantes  $C_n$  são calculadas como:

$$C_n = \frac{2a J_1(\lambda_n a) (T_1 - T_2)}{b^2 \lambda_n \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \quad (\text{II.20})$$

Substituindo os valores dos  $C_n$  dados pela equação acima da Eq. (II.18), tem-se a solução do campo bidimensional  $\Phi_n(r, z)$ . Esta expressão, substituída na Eq. (II.1), juntamente com a Eq. (II.9), resulta na expressão da distribuição de temperatura na cabeça do diodo:

$$\begin{aligned} T(r, z) = & T_2 + \frac{q}{k_p} (z - d) + (T_1 - T_2) \frac{a^2}{b^2} + \\ & + 2 (T_1 - T_2) \frac{a}{b^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_n a)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n d) J_0^2(\lambda_n b)} \cosh(\lambda_n z) J_0(\lambda_n r) \end{aligned} \quad (4.26)$$

## APÊNDICE III

### FUNÇÕES INTERPOLAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

De acordo com a Eq. (4.43), aqui reescrita, é necessário avaliar as derivadas da temperatura em cada uma das faces do volume elementar:

$$\left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\frac{\Delta r}{2}} \Delta z - \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r-\frac{\Delta r}{2}} \Delta z + r \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z+\frac{\Delta z}{2}} \Delta r - r \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z-\frac{\Delta z}{2}} \Delta r = 0 \quad (4.43)$$

Para os volumes internos ao domínio, ou seja, aqueles que não estão na fronteira, as derivadas são avaliadas através de funções interpolação por diferenças centrais (Maliska, 1995). De acordo com a Fig. 4.5(b), elas são escritas da forma:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r+\frac{\Delta r}{2}} = \frac{T_E - T_P}{\Delta r} \quad (4.44)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r-\frac{\Delta r}{2}} = \frac{T_P - T_W}{\Delta r} \quad (\text{III.1})$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z+\frac{\Delta z}{2}} = \frac{T_N - T_P}{\Delta z} \quad (\text{III.2})$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z-\frac{\Delta z}{2}} = \frac{T_P - T_S}{\Delta z} \quad (\text{III.3})$$

Para os volumes que estão nas fronteiras do problema e em algumas posições específicas, como nas interfaces do disco com a porca e a cabeça do diodo, as derivadas são calculadas como mostrado abaixo:

1. **Volumes na fronteira com fluxo de calor prescrito:** estão localizados na fronteira  $z=2d+c$  (ver Fig. III.1). Nas faces dos volumes elementares que coincidem com esta fronteira, a derivada é simplesmente a razão entre o fluxo de calor e a condutividade térmica do material do parafuso:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{q}{k_p} \quad (\text{III.4})$$

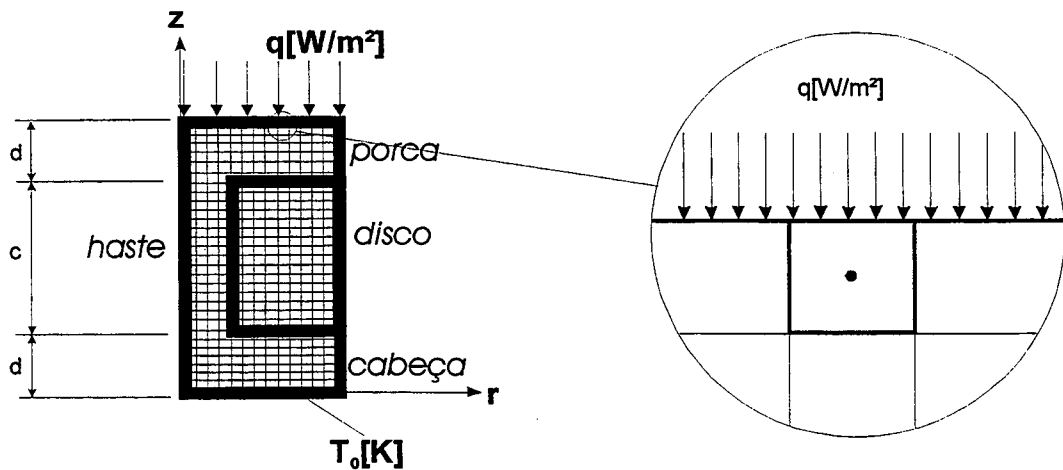


FIGURA III.1 – Volumes na fronteira de fluxo prescrito.

2. **Volumes nas fronteiras adiabáticas:** estão localizados nas fronteiras  $r=0$ ,  $r=b$  e na interface entre o disco e a haste ( $r=a$  e  $d \leq z \leq d+c$ ), conforme a Fig. III.2. Nas faces dos

volumes elementares que coincidem com esta fronteira, como não há fluxo de calor, a derivada é igual a zero, ou seja:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (\text{III.5})$$

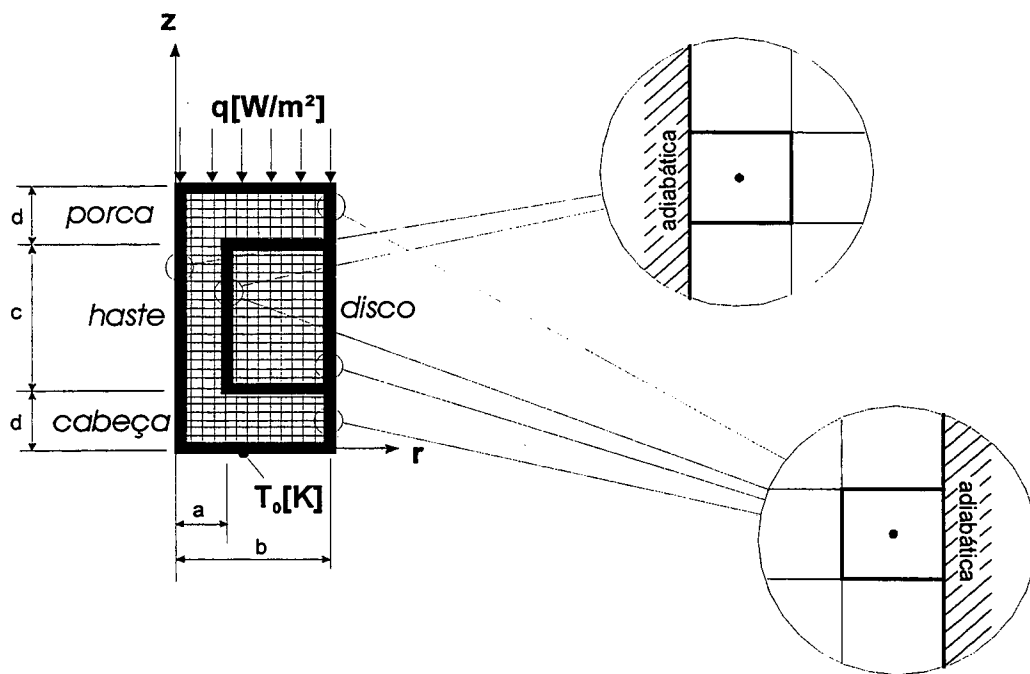


FIGURA III.2 – Volumes nas fronteiras adiabáticas.

3. **Volumes na Fronteira com Temperatura Prescrita:** estão localizados em  $z=0$ , conforme a Fig. III.3. Nas faces dos volumes elementares coincidentes com esta fronteira, as derivadas são avaliadas através de funções interpolação por diferenças laterais:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{T_p - T_0}{\frac{\Delta z}{2}} \quad (\text{III.6})$$

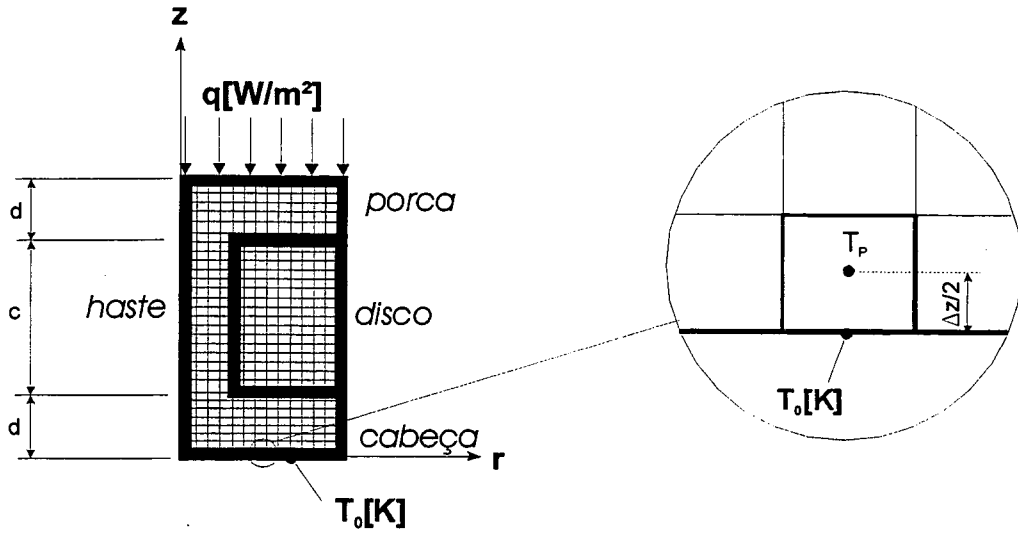


FIGURA III.3 – Volumes na fronteira de temperatura prescrita.

4. **Volumes nas interfaces do disco com a cabeça e do disco com a porca:** estão localizados em  $z=d$  e  $z=d+c$  para  $a \leq r \leq b$ , conforme a Fig. III.4. Nas faces dos volumes elementares coincidentes com estas interfaces, as derivadas são avaliadas escrevendo o fluxo de calor que atravessa a interface:

$$-k_i \frac{\partial T}{\partial z} = h_g (T_j - T_{j+1}) \quad (\text{III.7})$$

onde  $k_i [W/mK]$  é a condutividade térmica do disco ou do parafuso, dependendo de qual volume elementar estiver sendo equacionado e  $h_g [W/m^2K]$  é a condutância global entre os pontos de temperaturas  $T_j$  e  $T_{j+1}$ . A condutância é o inverso da resistência por unidade de área transversal, ou seja:

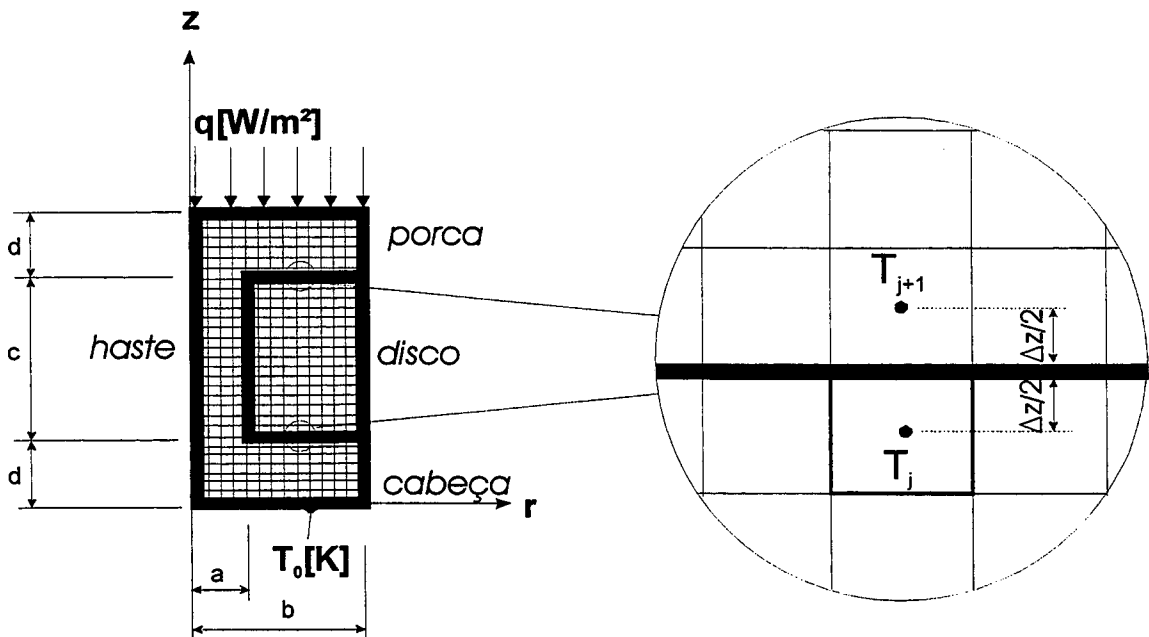
$$h_g = \frac{1}{A R_g} \quad (\text{III.8})$$

onde  $R_g$  é a resistência global entre  $T_j$  e  $T_{j+1}$ , dada por:

$$R_g = \frac{\frac{\Delta z}{2}}{k_j A} + \frac{1}{h_c A} + \frac{\frac{\Delta z}{2}}{k_{j+1} A} \quad (\text{III.9})$$

O primeiro termo do lado direito da igualdade acima representa a resistência do material entre o ponto de temperatura  $T_j$  e a interface, o segundo termo é a resistência de contato na interface e o terceiro termo é a resistência material entre a interface e o ponto de temperatura  $T_{j+1}$ . Substituindo esta última expressão na Eq. (III.8) e a expressão resultante na Eq. (III.7) tem-se o valor da derivada nas faces dos volumes elementares que coincidem com a interface:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{1}{k_i} \left( \frac{\Delta z}{2k_j} + \frac{1}{h_c} + \frac{\Delta z}{2k_{j+1}} \right)^{-1} (T_j - T_{j+1}) \quad (\text{III.11})$$



**FIGURA III.4** – Volumes nas interfaces do disco com o parafuso.



## APÊNDICE IV

### ANÁLISE DA INCERTEZA EXPERIMENTAL

Seja  $R$  uma grandeza qualquer, calculada em função de grandezas independentes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , obtidas experimentalmente com incertezas  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , respectivamente. A incerteza propagada  $w_R$ , da grandeza  $R$ , pode ser estimada através da seguinte expressão (Holman, 1994):

$$w_R = \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial x_1} w_1 \right)^2 + \left( \frac{\partial R}{\partial x_2} w_2 \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial R}{\partial x_n} w_n \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV.1})$$

A resistência térmica global do diodo é dada pela Eq. (5.4), aqui reescrita:

$$R_g = \frac{T_{m1} - T_{m2}}{Q} \quad (5.4)$$

As temperaturas  $T_{m1}$  e  $T_{m2}$  são dadas pelas Eqs. (5.5), aqui reescrita:

$$T_{m1} = \frac{T_{15} + T_{16}}{2} \quad , \quad T_{m2} = \frac{T_1 + T_2 + T_3}{3} \quad (5.5)$$

O fluxo total de calor  $Q$  é dado pela Eq. (5.11), aqui também reescrita:

$$Q = V I \quad (5.11)$$

A temperatura média do diodo é definida como:

$$T_m = \frac{T_{m1} + T_{m2}}{2}$$

(IV.2)

As temperaturas de cada termopar são calculadas conforme a Eq. (5.1), aqui reescrita:

$$T_i = T_{p,i} - 3,4 \pm 0,6$$

(IV.3)

A Tab. IV.1 apresenta os valores medidos e as incertezas de cada uma das grandezas envolvidas na determinação da resistência global do diodo, bem como as incertezas propagadas, calculadas conforme a Eq. (IV.1).

Tabela IV.1 – Resumo das incertezas experimentais.

Ensaio	1	2	3	4	5	6	7
I [A]	0,49±0,01	0,38±0,01	0,25±0,01	0,19±0,01	0,14±0,01	0,07±0,01	0
V [V]	4,00±0,01	3,00±0,01	2,00±0,01	1,50±0,01	1,10±0,01	0,60±0,01	0
T <sub>1</sub> [K]	78,5±0,6	78, 3±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,4±0,6	77,5±0,6
T <sub>2</sub> [K]	78,7±0,6	78,5±0,6	78,0±0,6	78,0±0,6	78,0±0,6	77,7±0,6	77,8±0,6
T <sub>3</sub> [K]	78,6±0,6	78,4±0,6	77,8±0,6	77,7±0,6	77,7±0,6	77,4±0,6	77,5±0,6
T <sub>15</sub> [K]	144,6±0,6	134,1±0,6	112,7±0,6	100,2±0,6	91,2±0,6	82,5±0,6	78,5±0,6
T <sub>16</sub> [K]	144,8±0,6	134,0±0,6	112,5±0,6	100,1±0,6	91,1±0,6	82,5±0,6	78,6±0,6
T <sub>m1</sub> [K]	144,7±0,4	134,0±0,4	112,6±0,4	100,1±0,4	91,1±0,4	82,5±0,4	78,5±0,4
T <sub>m2</sub> [K]	78,6±0,3	78,4±0,3	77,8±0,3	77,8±0,3	77,8±0,3	77,5±0,3	77,6±0,3
T <sub>m</sub> [K]	111,6±0,3	106,2±0,3	95,2±0,3	89,0±0,3	84,4±0,3	80,0±0,3	78,0±0,3
Q [W]	1,96±0,04	1,14±0,03	0,50±0,02	0,28±0,02	0,15±0,01	0,04±0,01	0
R <sub>g</sub> [K/W]	34±1	49±1	70±3	80±6	89±6	125±34	-